**МИНИСТЕРСТВО ГОРНО-ДОБЫВАЮЩЕЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ И ГЕОЛОГИИ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН**

**НАВОИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Каюмов Б.Б.**

**СБОРНИК ЛЕКЦИЙ**

**по дисциплине**

# «ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН»

**для бакалавров направлений «Горная электромеханика»**

**и «Технология машиностроения и оборудования».**

**Навоий - 2025**

Каюмов Б.Б. Сборник лекций по дисциплине «Теория механизмов и машин». – Навоий, Изд. НГГИ, 2025, с. 192.

Сборник лекций по дисциплине «Теория механизмов и машин» предназначен для студентов направлений **60721200 -** «Горная электромеханика» и **60720800** «Технология машиностроения и оборудования».

Данная работа подготовлена на основании Государственного образовательного стандарта Республики Узбекистан к необходимому содержанию и уровню подготовленности бакалавров и типовой учебной программы дисциплины «Теория механизмов и машин».

Материал лекций основан на систематизации достижений науки и практики в области проектирования горных машин и механизмов.

Ил. 94, табл. 3.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 6
Лекция № 1. Введение. Общие положения. Строение механизмов и машин 7
Лекция № 2. Кинематические пары и цепи.
Классификация кинематических пар 11
Лекция № 3. Число степеней свободы механизмов. Состав механизмов 18
Лекция № 4. Теория механизмов. Плоские стержневые механизмы 26
Лекция № 5. Кинематика простейших стержневых механизмов.
Планы скоростей. 33
Лекция № 6. План ускорений простейших стержневых механизмов 40
Лекция № 7. Планы скоростей и ускорений кривошипно-коромыслового
и кривошипно-кулисного механизмов 45
Лекция № 8. Силовой расчет стержневых механизмов.
Задачи силового расчета 54
Лекция № 9. Проектирование кривошипно-ползунного механизма 61
Лекция № 10. Проектирование кривошипно-кулисного механизма 65
Лекция № 11. Кулачковые механизмы 73
Лекция № 12. Кинематика простейшего кулачкового механизма 81
Лекция № 13. Планы скоростей, передаточные отношения
в кулачковых механизмах 91
Лекция № 14. Проектирование кулачковых механизмов 100
Лекция № 15. Зубчатые механизмы 108
Лекция № 16. Геометрические параметры и изготовление эвольвентных
зубчатых колес 116
Лекция № 17. Зубчатое зацепление и его параметры 125
Лекция № 18. Сложные зубчатые механизмы с неподвижными осями колес 132
Лекция № 19. Динамика машин. Общие положения 142
Лекция № 20. Динамическая модель машин 151
Лекция № 21. Уравнение движения машины 157
Лекция № 22. Динамический расчет машины непериодического действия 160
Лекция № 23. Графический приём и предпосылки решения динамической
задачи для машин непериодического действия 167
Лекция № 24. Динамический расчет машины периодического действия 170
Лекция № 25. Расчет маховика машины периодического действия 179
Лекция № 26. Учет упругости звеньев при проектировании машин 186
Лекция № 27. Учет колебаний при проектировании машин 191
Рекомендуемая литература 201

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Одной из общеинженерных дисциплин, которые изучают студенты вторых-третьих курсов механических специальностей высших технических учебных заведений, является «Теория механизмов и машин». Значение этой дисциплины в формировании инженера-механика за последнее время нисколько не уменьшилось, однако ее объем из года в год заметно уменьшается в соответствии с новыми учебными планами. Это объясняется введением новых дисциплин, таких как информатика, защита экологической среды и др., что жизненно необходимо, но что в то же время требует пересмотра содержания курса ТММ таким образом, чтобы его сокращение не сказалось бы на его значимости в условиях быстро растущего обновления современной техники.

Курс ТММ условно делится на три части: первая посвящена строению машин и механизмов, вторая изучает геометрию, кинематику и силовые соотношения отдельных механизмов, третья рассматривает вопросы динамики машин. Вторая и третья части занимают основной объем курса, однако в последнее время третьей части, то есть, динамике машин, уделяется все большее внимание. Это связано с тем, что большинство современных машин являются высоконагруженными скоростными механическими системами с малой металлоемкостью, и при создании и эксплуатации таких машин современный инженер должен обладать основами знаний по динамике их функционирования, включая сюда и упругость их звеньев, и виброизоляцию.

Исходя из этого, в настоящих лекциях часть курса ТММ, изучающая динамику машин и учитывающая современные требования техники, соответственно увеличена в объеме. Это сделано за счет теории механизмов, откуда исключены некоторые традиционные дидактические подробности, утратившие свое значение. Весь курс, таким образом, нацелен к его вершине - динамике машин, которая занимает 35 % его объема.

**Лекция №1**
**Введение. Общие положения. Строение машин и механизмов.**

**План лекции:**

1. Общие положения курса «Теория механизмов и машин».
2. Блок-схема машины.
3. Виды машин.
4. Строение механизмов.

**Цель лекции:**

Ознакомление студентов с часто применяемыми механизмами в горном производстве и промышленности, а также их разновидностями.

**Опорные слова:**

Машина, механизм, автоматы, робот, манипулятор, приспособления, кинематика, динамика, анализ, синтез, структура, механика.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. с. 4-17.
2. Артоболевский И.И. «Теория механизмов и машин». М., Наука, 1975 г.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин» Учебное пособие. Ташкент-2001.

Общие положения курса «Теория механизмов и машин»

Курс “Теория механизмов и машин” является общеинженерным курсом, который изучается в любом машиностроительном вузе, иногда с небольшим изменением объема и профилизации. В частности, в Навоийском Государственном Горном институте эта дисциплина изучается на втором и третьем курсе, объем лекций – 54 часов, практических и лабораторных занятий – 36 часов, кроме того, выполняется курсовой проект по проектированию механизмов горного производства или какой-либо технологической машины, применяемой при его производстве. Что касается профилизации лекционных и практических занятий, то многие примеры механизмов даются из горных машин, аппаратов или из оборудования, используемого при их производстве и эксплуатации.

Из сказанного следует, что ТММ – это наука о машинах вообще. В этой лекции будет показано, что все машины имеют почти одинаковое строение, не устройство, но – строение, то есть основополагающая структура всех машин практически идентична.

Рассмотрим, что такое машина, механизм и чем занимается их теория. Будем считать, что машина - это устройство, совершающее полезную механическую работу для облегчения физического и умственного труда человека и повышения его производительности. Согласно этому определению экскаватор – это машина, а компьютер не является машиной, так как не производит полезную механическую работу. Большинство машин повышают производительность труда человека в десятки и сотни раз, но бывают и исключения, когда машина создается для совершения работы высокой точности, недоступной человеку, или для работы в опасных для человека средах.

Механизм – это составная часть машины. Вот самое общее определение: механизм – это система тел, совершающая требуемые движения. Также как и в машине, здесь подчеркнут признак целесообразности, то есть, механизм – это не просто набор каких-то деталей, но система для совершения определенных заданных движений.

ТММ изучает основы строения, функционирования и проектирования механизмов и машин на уровне схем. Эта дисциплина условно делится на три части:

- строение машин и механизмов;
- теория механизмов;
- динамика машин.

Блок-схема машины

Блок схема – это чертеж, состоящий из окружностей или квадратов, соединенных стрелками.

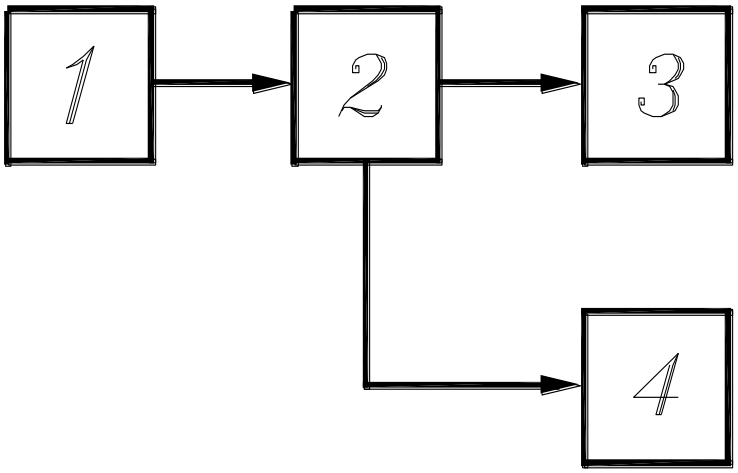



Рис. 1.1

На рис. 1.1 обозначение этих квадратов следующие:

1 – механизм двигателя (здесь и далее будут рассматриваться только механические части машин). Двигатель является источником механической энергии машины. Большинство машин имеют двигатели - электрические, тепловые или другие. Лишь небольшое количество машин не имеют двигателей: это машины с ручным или ножным приводом – швейная машина, мясорубка, велосипед и пр. Такие машины рассматривать не будем.

2 – передаточный механизм. Он служит для преобразования и передачи движения от двигателя к другим механизмам машины. Например, коробка передач автомобиля, коробка скоростей токарного станка, редуктор самолета. Есть машины, где передаточный механизм отсутствует – электровентилятор, турбогенератор и др.

3 – исполнительный механизм. Этот механизм совершает действия согласно назначению машины. Этот механизм является самой главной и необходимой частью любой машины. В машине может не быть передаточного или какого-нибудь другого механизма, но если нет исполнительного механизма, то нет и машины. Исполнительным механизмом автомобиля являются ведущие колеса с полуосями и дифференциалом, для токарного или сверлильного станка – это шпиндель в подшипниках и механизм подачи резца или сверла. То есть, машина может иметь не один, а несколько исполнительных механизмов, например, швейная машина имеет три исполнительных механизма: механизм игловодителя, механизм нитеводителя и механизм перемещения ткани.

4 – вспомогательный механизм. Он совершает вспомогательные действия: по погрузке и разгрузке, управлению и т.д. Некоторые машины не имеют вспомогательных механизмов, другие могут иметь их несколько. В автомобиле – это механизмы торможения и управления, механизм стеклоочистителя; в грузовике самосвале – механизм опрокидывания кузова и т.д.

## Виды машин

По назначению различают следующие виды машин:

- энергетические;
- транспортные;
- технологические;
- кибернетические.

Энергетические машины совершают полезную механическую работу по преобразованию механической энергии двигателя в другие виды энергии. Наиболее распространены машины для получения электрической энергии – это турбогенераторы с водяными турбинами на ГЭС, с газовыми или паровыми турбинами на ГРЭС, дизельгенераторы малых электростанций. Двигатели этих машин (турбины или дизели) соединены с исполнительными механизмами (генераторами) напрямую без передаточных механизмов. Практически любая энергетическая машина имеет вспомогательный механизм автоматического поддержания частоты вращения главного вала при изменении нагрузок.

Транспортные машины предназначены для перемещения объекта из одной позиции в другую. Это подъемные краны, транспортеры, автомобили, самолеты, лифты и т.д.

Технологические машины преобразуют объект при помощи технологической операции. Это машины любых отраслей промышленности, строительства, сельского хозяйства. На машиностроительных заводах – это металлорежущие станки, кузнечно-прессовые машины, на фабриках текстильной промышленности – ткацкие станки, ровничные, прядильные и швейные машины; в строительстве – экскаваторы, бульдозеры и бетономешалки; в сельском хозяйстве – комбайны, хлопкоуборочные машины, культиваторы и пр. Объектом для токарного станка является заготовка, технологическая операция – точение, результат – деталь. Объектом для экскаватора является грунт, технологическая операция – копание, результат – траншея или котлован для фундамента.

Кибернетические машины выполняют полезную механическую работу, имитируя движение руки человека. Такие машины называются роботами, их исполнительный механизм – манипулятор. Промышленные роботы имеют транспортное назначение (например, перемещение и загрузка деталей в технологическую машину) или выполняют технологические функции (например, сварочные или окрасочные роботы). Роботы имеют развитую, иногда, самообучающуюся систему управления с элементами искусственного интеллекта. Часто роботы используются в местах, опасных для человека: радиоактивные зоны, горячие цехи, космос, подводный мир и пр.

## Строение механизмов

Уточним общее определение механизма, приведенное выше. Механизм – это система тел, подвижно связанных друг с другом, совершающая требуемые движения.

Тела в механизмах называются звеньями, а подвижные соединения – кинематическими парами.

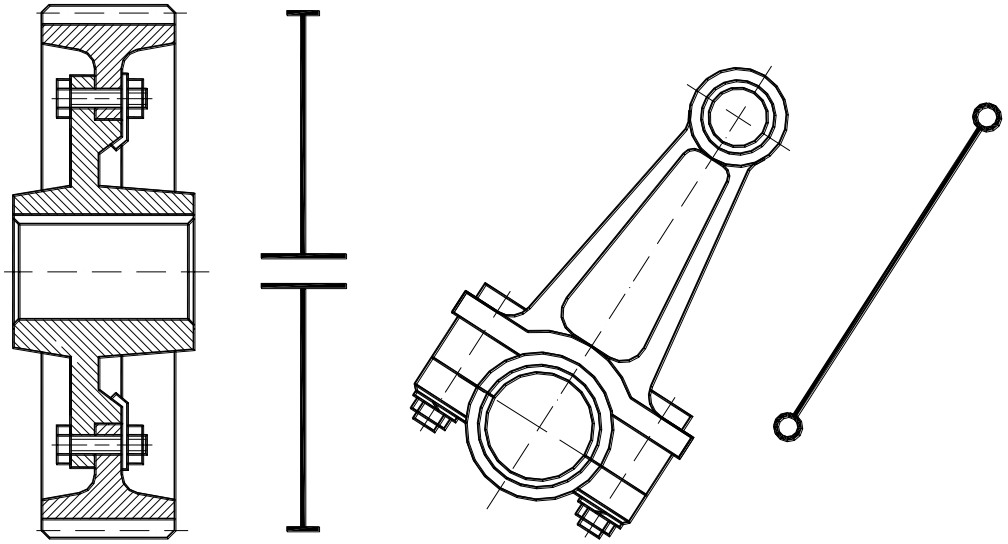


Рис. 1.2

Звено – это одна деталь или жесткая система из нескольких, связанных друг с другом деталей, совершающая определенные движения в механизме. Звенья изображаются схематически, то есть, конструкция звена абстрагируется, а в его схеме показываются наиболее существенные элементы. Конструкции и схемы звеньев в некоторых случаях существенно отличаются друг от друга, и одной из задач инженера является умение видеть за конструкцией звена его схему. На рис. 1.2 показаны схемы зубчатого колеса и одного из звеньев стержневого механизма, например, шатуна. Самыми главными элементами зубчатого колеса являются зубчатый венец, диск и ступица, что и отражается в схеме, а у шатуна главные элементы – стержень и два отверстия для соединения с другими звеньями.

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое машина и механизм с точки зрения ТММ?
2. Какую работу выполняют энергетические, транспортные, технологические и кибернетические машины?
3. Какую функцию выполняют передаточный, исполнительный и вспомогательные механизмы в машинах?
4. Что такое звено?

## Лекция № 2
## Кинематические пары и цепи. Классификация кинематических пар.

**План лекции:**

1. Классификация кинематических пар.
2. Схемы механизмов.
3. Виды механизмов.

**Цель лекции:**

Ознакомление студентов с видами кинематических пар и цепей основных видов механизмов горного производства, их разновидностями и кинематическими схемами.

**Опорные слова:**

1. Машина - устройство, совершающее полезную механическую работу по облегчению физического и умственного труда человека и повышения его производительности.

2. Механизм - составная часть машины - это система тел, подвижно связанных друг с другом, совершающая требуемые движения.

3. Звено - одна или несколько, жестко связанных деталей, совершающая определенное движение.

4. Кинематическая пара - подвижное соединение двух контактирующих звеньев.

**Литература:**

1. Фролов К.В. и др. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998г. стр. 8-20.
2. Артоболевский И.И. «Теория механизмов и машин». М., Наука, 1975 г.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин» Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 10-13.

Кинематическая пара – это подвижное соединения двух контактирующих звеньев. Кинематические пары бывают различных видов. Рассмотрим их классификацию.

Классификация кинематических пар. Будем различать кинематические пары по числу связей, которые она накладывают на движение звена. Звено в пространстве имеет шесть степеней свободы, то есть, шесть возможных движений в декартовой системе координат. Если это звено соединить с другим при помощи кинематической пары, то на его возможные движения будут наложены ограничения. Эти ограничения называются связями, а оставшиеся движения – подвижностями. Сумма числа связей и подвижностей равна шести. Кинематические пары классифицируются по классам в соответствии с числом связей, например, кинематическая пара, которая накладывает одну связь на движение звена является кинематической парой первого класса, при двух связях – кинематической парой второго класса и т.д.

В таблице 1.1 приведена такая классификация кинематических пар и даны примеры их видов и конструктивного выполнения, их конструкция может быть разной, например, кинематическая пара третьего класса может быть не толь ко сферической, но и плоскостной или иметь другие конструкции. Рассмотрим таблицу подробнее. Кинематическая пара первого класса накладывает одну связь на движение звена, оставляя ему, пять возможных движений. В таблице приведен пример такой кинематической пары, которая называется «шар-плоскость», и вариант ее конструктивного выполнения в виде круглого стержня со сферическим концом, контактирующего с рычагом, имеющим площадку на конце. Части звеньев, входящие

в контакт в кинематической паре, называются элементами кинематической пары. В данном случае – это шар и плоскость. В таблице показаны пять подвижностей, то есть, пять возможных движений стержня относительно рычага: вращение вокруг трех декартовых осей и перемещение вдоль двух горизонтальных осей. Перемещение вдоль вертикальной оси вниз ограничено площадкой рычага, попытка перемещения стержня вверх приводит к исчезновению кинематической пары.

В последней колонке приведено схематическое изображение этой кинематической пары, которое используется при изучении строения и кинематики механизмов.

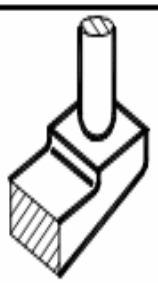
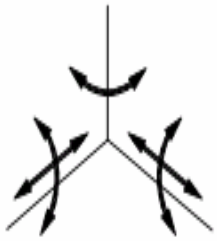
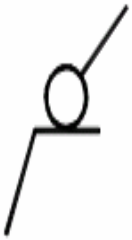
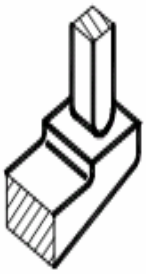
Кинематическая пара второго класса накладывает две связи на движение звена, оставляя ему четыре подвижности. В таблице приведен пример кинематической пары, которая называется «цилиндр – плоскость». Конструктивное выполнение этой пары аналогично предыдущей, но вместо цилиндрического стержня со сферическим концом, здесь применен призматический стержень с цилиндрически закругленным концом. Эта кинематическая пара оставляет стержню четыре возможных движения относительно нижнего рычага: два перемещения вдоль горизонтальных осей, вращение вокруг вертикальной оси и поворот вокруг одной из горизонтальных осей, поворот вокруг второй горизонтальной оси невозможен, так как контакт звеньев будет нарушен.

Кинематическая пара третьего класса накладывает три связи на звено и оставляет ему три возможных движения относительно другого звена. Одна из таких пар – это сферическая или шаровой шарнир. Шар на конце верхнего звена, как показано в таблице, входит во внутреннюю сферу на конце нижнего звена. Конструктивно это выполняется различными способами, но принцип именно такой. Верхнее звено может поворачиваться вокруг трех декартовых осей.

Кинематическая пара четвертого класса накладывает уже четыре связи, оставляя звену лишь две подвижности. Одна из них – цилиндрическая. Конструктивно это может быть оформлено так, как показано на рисунке в таблице – круглая скалка входит в цилиндрическое отверстие рычага. Рычаг может не только двигаться вдоль скалки, но и поворачиваться вокруг нее.

Кинематическая пара пятого класса, которая накладывает на звено пять связей, оставляя ему только одну подвижность, приведена в таблице в двух разновидностях – поступательная и вращательная. Конструктивное выполнение поступательной пары, показанное в таблице, представлено в виде соединения двух звеньев при помощи призматических направляющих, в результате чего допускается только движение одного звена вдоль другого (например, направляющие металлообрабатывающих станков). Схематическое изображение такой пары может быть различным в разных механизмах. В случае стержня в направляющих неподвижного звена (неподвижное звено показывается подштриховкой) иногда добавляется стрелка, показывающая, что стержень может двигаться только поступательно вдоль направляющей, но, как правило, стрелки отсутствуют, так как возможные движения звеньев понятны из схемы механизма.

Вращательная кинематическая пара пятого класса показана в виде цилиндрического шарнира, но это может быть и вал в подшипниках. Эта пара допускает только одно движение звена – поворот одного звена относительно другого на шарнире или вращение вала в подшипниках. Схемы вращательной пары различны в зависимости от ее исполнения.

| Класс | Число связей | Число подвиж-ностей | Название кинематической пары | Общий вид кинематической пары | Возможные движения одного звена относительно другого | Схема кинематической пары |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I | 1 | 5 | Шар-плоскость |  |  |  |
| II | 2 | 4 | Цилиндр-плоскость |  |  |  |
| III | 3 | 3 | Сферическая |  |  |  |

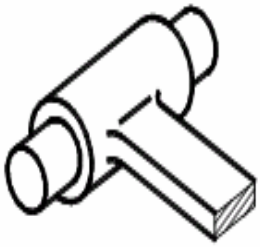
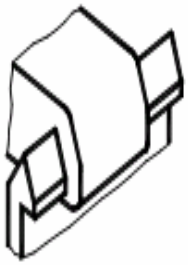
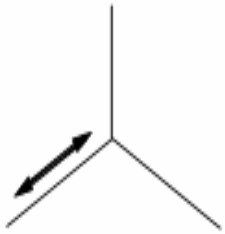
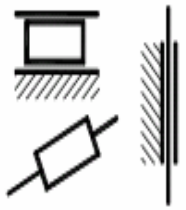
| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| IV | 4 | 2 | Цилиндрическая |  |  |  |
| V | 5 | 1 | Поступательная |  |  |  |
| VI | 5 | 1 | Вращательная |  |  |  |

Таблица 1.1.

Приведенная классификация включает практически все кинематические пары, использующиеся в механизмах.

В нашем курсе мы будем изучать в основном плоские механизмы, для которых удобно пользоваться иной классификацией. Плоские механизмы – это те, в которых звенья движутся в одной или параллельных плоскостях. Например, коробка передач автомобиля или коробка скоростей токарного станка имеют несколько рядов зубчатых колес, но все они находятся в параллельных плоскостях, поэтому эти механизмы являются плоскими независимо от их ширины.

Отдельно взятое звено в плоскости имеет только три степени свободы или три возможных движения – перемещение вдоль двух координатных осей и поворот в плоскости. Поэтому, вышеприведенная классификация кинематических пар в этом случае неприменима. Здесь будем использовать деление кинематических пар на низшие и высшие. В низшей кинематической паре контакт звеньев происходит по поверхности, а в высшей – в точке или по линии. Поэтому, пары I и II классов из таблицы 1.1 являются высшими, а остальные - низшими.

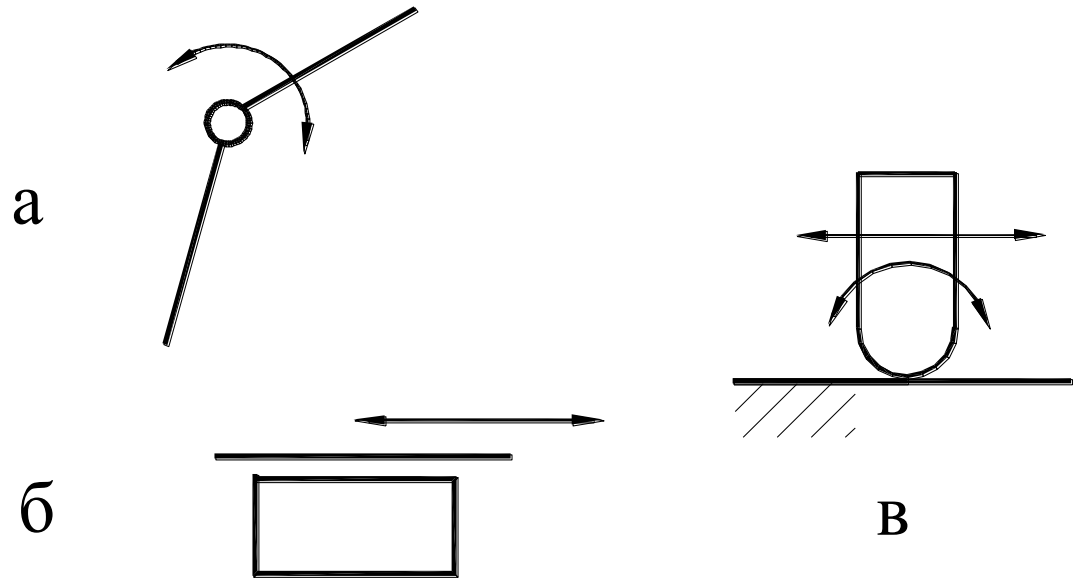



Рис. 2.1.

На рис. 2.1 показаны кинематические пары, используемые в плоских механизмах. На рис. 2.1,а изображена низшая вращательная одноподвижная кинематическая пара; она допускает только одно движение звена – поворот относительно другого звена. Рис. 2.1,б изображает низшую поступательную одноподвижную кинематическую пару – звено может совершать только поступательное движение относительно другого (в данном случае – неподвижного) звена. На рис. 2.1,в приведена высшая двухподвижная кинематическая пара, допускающая два движения (поступательное и движение поворота) одного звена относительно другого (в данном случае - неподвижного). Заметим, что такая кинематическая пара в основном используется в кулачковых и зубчатых механизмах.

**Контрольные вопросы:**

1. Из каких звеньев состоят механизмы?
2. Что такое звено и кинематическая пара?
3. Какой признак кинематических пар используется при их классификации?
4. Что такое высшая и низшая кинематические пары?

**Лекция №3**

**Число степеней свободы механизмов. Состав механизмов.**

**План лекции:**

1. Состав механизмов.
2. Схемы механизмов, изучаемых в курсе.
3. Число степеней свободы механизмов.
4. Структурные формулы.

**Цель лекции:**

Изучение определения степени свободы механизмов, их составов и структурные схемы механизмов, встречающихся в горных и других видах машин.

**Опорные слова:**

Звено, кинематическая пара, степень подвижности, пассивные звенья, дополнительные связи, группа Ассура, структурная формула, ограничения, формула Чебышева, формула Сомова-Малышева.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 18-48.
2. Фролов К.В. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин» Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 14-22.

Состав механизмов

В предыдущей лекции было сказано, что механизм – это не просто набор каких-то звеньев, но вполне определенная их система, совершающая требуемые действия. Поэтому, каждое звено имеет конкретное назначение с точки зрения строения механизмов.

В механизмах различают входные, выходные и промежуточные звенья. Кроме того, каждый механизм имеет только одно неподвижное звено (корпус, станина, основание), на котором монтируется вся система подвижных звеньев. Это звено называется стойкой.

Входное звено – это звено, получающее движение извне. Например, к этому звену может быть подведено движение от двигателя машины. Как правило, механизм имеет одно входное звено, но бывают и исключения, о чем будет сказано ниже.

Выходное звено совершает требуемое движение, то есть, то движение, для которого и создан механизм. Механизм может иметь одно или несколько выходных звеньев. Промежуточные звенья соединяют входное и выходное звенья.

Их может быть несколько, оно может быть одно, и есть большое количество механизмов, не имеющих промежуточных звеньев, то есть, входное звено непосредственно связано с выходным, например, зубчатая передача, содержащая входное и выходное зубчатые колеса.

Различают следующие виду механизмов:

- стержневые;
- кулачковые;
- зубчатые;
- фрикционные;

- с гибкими связями (в основном – это цепные и ременные передачи);
- механизмы роботов;
- специальные.

Наиболее употребительными в машинах являются первые три вида механизмов, поэтому они и изучаются в курсе ТММ.

Схемы механизмов, изучаемых в курсе

На рис. 3.1,а показана схема одного из возможных стержневых механизмов. Неподвижное звено (стойка) этого механизма показано не целиком, а только в тех местах, где оно образует кинематические пары с подвижными звеньями. Поэтому, не следует забывать - несмотря на то, что количество фрагментов неподвижного звена, выделенных подштриховкой, может быть обозначаются заглавными латинскими буквами. Из рис. 3.1,а видно, что механизм имеет три подвижных звена и одно неподвижное, то есть является четырехзвенным. Механизм имеет четыре низшие кинематические пары – две вращательные в точках А и В, и две в точке С – вращательную и поступательную.

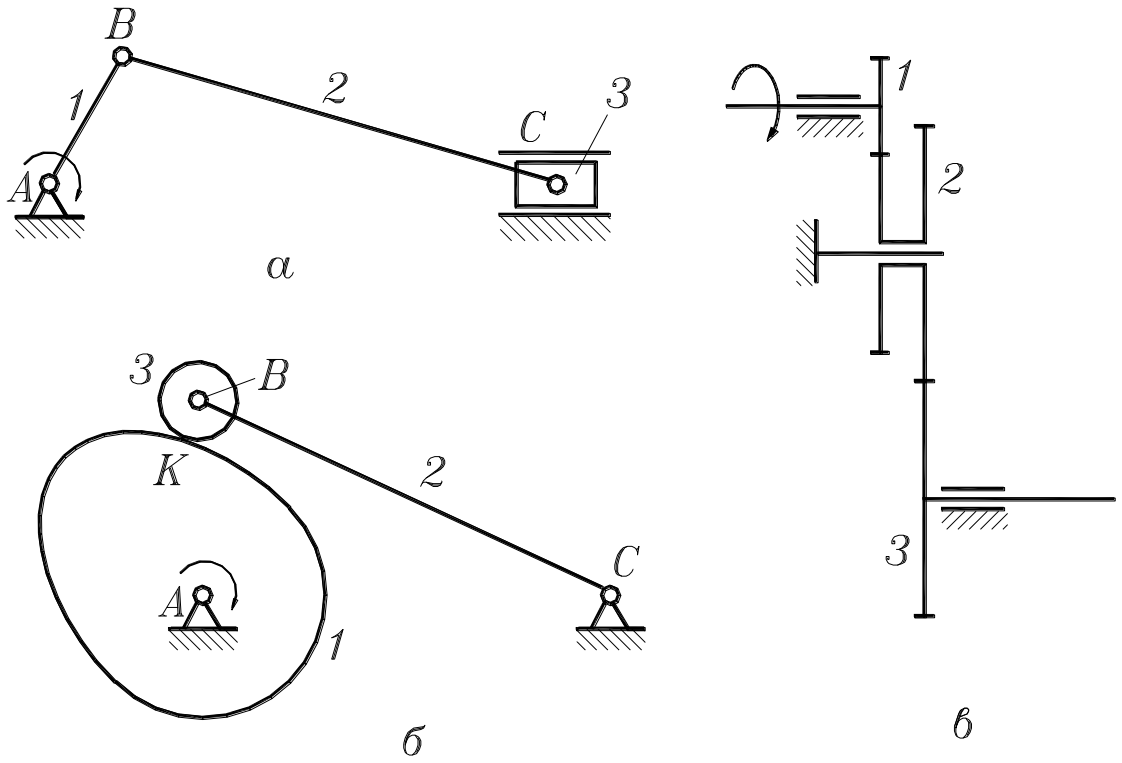



Рис. 3.1

На рис. 3.1,б приведена схема одного из кулачковых механизмов. Это тоже четырехзвенный механизм с тремя подвижными звеньями (входное звено первое – кулачок), тремя низшими кинематическими парами в точках А, В и С и одной высшей в точке К (контакт кулачка с роликом).

На рис. 3.1,в схематически показан один из зубчатых механизмов. Первое и третье звено (входное и выходное) являются одинарными зубчатыми колесами, а второе звено – это сдвоенное зубчатое колесо (блок-шестерня) с двумя разными зубчатыми венцами. Кинематические пары в зубчатых механизмах не обозначаются.

Число степеней свободы механизмов

Понятие числа степеней свободы механизмов связано с минимальным количеством вариантов движения его звеньев. Чтобы в этом разобраться рассмотрим два стержневых механизма. На рис. 3.2 показан стержневой механизм с тремя подвижными звеньями. Повернем входное звено на угол $\varphi_1$ (или, говорят, сообщим звену независимую координату). Эта координата вполне определяет позицию первого звена – AB'. Положения двух остальных звеньев легко находятся методом засечек: из точки B' проводим дугу радиусом BC, из точки D – дугу радиусом CD. В пересечении этих дуг находится точка C', соединив ее с точками B' и D найдем новые положения второго и третьего звеньев.

Из сказанного следует вывод: для того, чтобы однозначно определить положения всех звеньев механизма достаточно задать одну независимую координату. Такой механизм является механизмом с одной степенью свободы. Он имеет только одно входное звено, в данном случае - звено 1.

Усложним механизм, добавив к нему еще одно звено (рис. 3.3), и попробуем сделать то же, что было описано выше. Повернем первое звено на угол (независимую координату) $\varphi_1$ и попробуем определить положения звеньев 2, 3 и 4. Нетрудно видеть, что это невозможно, так как методом засечек нельзя найти новые позиции двух точек C и D. Чтобы определить позиции этих звеньев, необходимо задать еще одну независимую координату, например, угол поворота звена 4, как это показано на рис. 3.3.

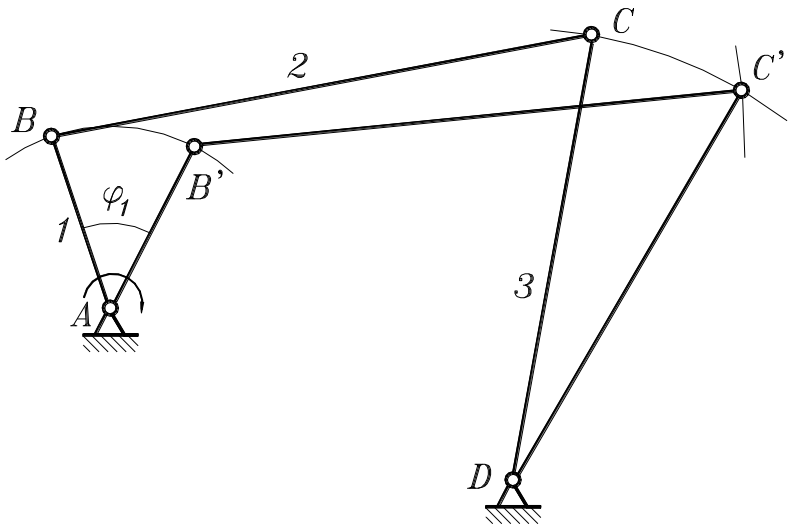



Рис. 3.2

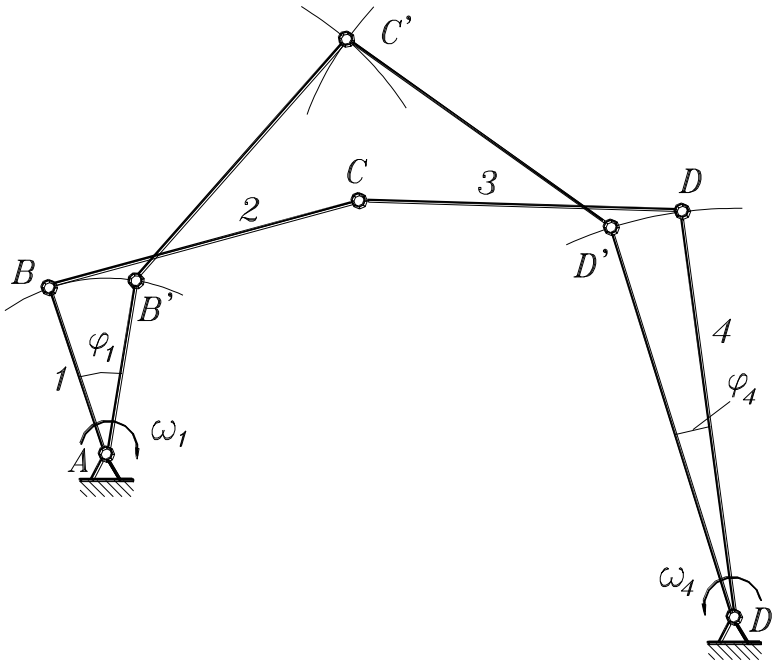



Рис. 3.3

Зная положения точек B' и D' методом засечек находим точку C' и, следовательно, позиции всех звеньев определены. Таким образом, в этом механизме для однозначного нахождения позиций всех звеньев требуется задать две независимые координаты. Значит, механизм имеет две степени свободы и два входных звена – звенья 1 и 4. Так как, координаты входных звеньев независимы, то направления их вращения и угловые скорости могут быть произвольны, в том числе и равны нулю. Минимальное количество вариантов движения звеньев такого механизма найдем, приравнивая к нулю угловые скорости одного или другого входного звена. Если $\omega_1=0$, а $\omega_4\neq0$, то получаем первый вариант движения звеньев, а если $\omega_1\neq0$, а $\omega_4=0$, то это будет второй вариант движения звеньев. Общее же количество вариантов движения звеньев механизма не ограничено, так как, также не ограничены комбинации величин и направления движения входных звеньев механизма.

Из всего сказанного можно сделать три вывода - определения:

а) число степеней свободы механизма равно числу независимых координат, необходимых для однозначного определения позиций всех звеньев механизма;

б) число степеней свободы механизма равно количеству его входных звеньев;

в) число степеней свободы механизма равно минимальному количеству вариантов движения звеньев.

Здесь следует сказать, что большинство механизмов имеют одну степень свободы, то есть, требуют только одного входного звена; исключение составляют механизмы роботов (манипуляторы), об этом будет сказано ниже.

Если механизм сложный, многозвенный, то анализировать его описанным способом довольно сложно. В этих случаях используются структурные формулы.

## Структурные формулы

Структурная формула для определения числа степеней свободы плоских механизмов предложена русским ученым Чебышевым П.Л. вначале XX века:

$$W=3n-2p_н-p_в+s \qquad (3.1)$$

где: $W$ – число степеней свободы механизма;
$n$ – количество подвижных звеньев;
$p_н$ – число низших кинематических пар;
$p_в$ – число высших кинематических пар;
$s$ – число избыточных связей или лишних звеньев.

Избыточные связи или лишние звенья – это такие звенья, которые можно удалить из механизма без нарушения движения оставшихся звеньев механизма. Как правило – это промежуточные звенья, которые вводятся в механизм для увеличения его нагрузочной способности, жесткости и пр. То есть, лишними могут быть звенья только в структурном смысле. Используем эту формулу для определения числа степеней свободы вышеприведенных механизмов. Стержневой механизм на рис. 3.2 имеет три подвижных звена и четыре низшие кинематические пары – шарниры в точках A, B, C и D. Высших кинематических пар и лишних звеньев нет. Значит,

$$W=3\cdot3-2\cdot4=1$$

Вывод: механизм имеет одно входное звено. Стержневой механизм на рис. 3.3 содержит четыре подвижных звена и пять низших вращательных кинематических пар:

$$W=3\cdot4-2\cdot5=2$$

Вывод – механизм имеет два входных звена, то есть для приведения в действие этого механизма надо подвести два движения к двум его звеньям. Заметим, что, так как подавляющее большинство механизмов имеют одну степень свободы, то, получив при анализе какого-либо механизма $W=2$ не следует сразу делать вывод о наличии в этом механизме двух входных звеньев, как это было сделано для механизма на рис. 3.3. Вторая степень свободы может объясняться наличием каких-то дополнительных условий (см. ниже).

Рассмотрим стержневой механизм на рис. 3.1,а: у него три подвижных звена и четыре низшие кинематические пары – три вращательные и одна поступательная:

$$W=3\cdot3-2\cdot4=1$$

Вывод: механизм имеет одно входное звено (звено 1).

Напишем структурную формулу для кулачкового механизма на рис. 3.1,б. Этот механизм имеет три подвижных звена, три низшие вращательные кинематические пары – в точках A, B и C, и одну высшую кинематическую пару – точке контакта $K$ ролика с кулачком:

$$W=3\cdot3-2\cdot3-1=2$$

Механизм имеет две степени свободы, но это не значит, что он содержит два входных звена, входное звено одно – кулачок. Вторая степень свободы – это местная подвижность, а именно, независимое вращение ролика 2. При хорошей смазке в оси ролика, он перекатывается по поверхности кулачка, при заклинивании ролика на оси, ролик будет неподвижен относительно звена 3 и будет скользить по поверхности кулачка. В общем случае ролик перекатывается со скольжением, то есть, движение его может быть независимым от движения остальных звеньев механизма. Вывод: механизм имеет одну главную подвижность – входное звено 1 и одну местную подвижность – независимое движение звена 2.

Зубчатый механизм на рис. 3.1,в содержит три подвижных звена (зубчатые колеса 1, 2 и 3), три низшие вращательные кинематические пары и две высшие пары в местах зацепления зубьев колес:

$$W=3\cdot3-2\cdot3-2=1$$

Вывод: механизм имеет одно входное звено – в данном случае, зубчатое колесо 1.

Для выяснения смысла понятия “избыточная связь или лишнее звено” рассмотрим стержневой механизм, показанный на рис. 3.4,а. Такой механизм называется шарнирным параллелограммом, так как его звенья попарно равны и параллельны: первое звено равно и параллельно третьему, а второе – стойке AD.

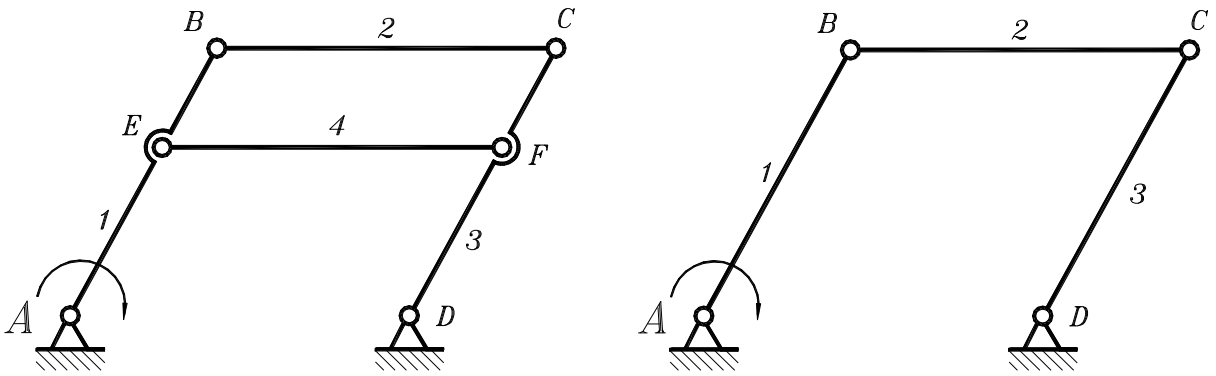
Число степеней свободы этого механизма равно единице:

$$W=3\cdot3-2\cdot3-2=1$$

Добавим к этому механизму еще одно звено 4 равное и параллельное звену 2 при помощи двух кинематических пар в точках E и F (рис. 3.4,б). Простота схемы дает возможность убедиться, что этот механизм, несмотря на усложнение, сохранил прежнюю подвижность, то есть. его число степеней свободы по прежнему равно единице. Однако, расчет по формуле Чебышева дает нулевой результат, из чего теоретически можно сделать вывод, что эта механическая система является неподвижной, то есть, это не механизм, а ферма. Это было бы действительно так, если бы звено 4 не было параллельно звену 2. Но так как эти звенья параллельны, то система имеет подвижность, то есть, это механизм. Звено 4 является лишним в структурном смысле, то есть, оно может быть удалено из механизма без нарушения принципов его движения, а в формуле Чебышева это учитывается, как s=1:

$$W=3\cdot4-2\cdot6+1=1$$

В реальных механизмах дополнительные звенья устанавливаются для увеличения нагрузочной способности и жесткости (спарники локомотивов, сателлиты планетарных редукторов и пр.).




*а* *б*

Рис. 3.4

Для определения числа степеней свободы пространственных механизмов служит структурная формула Малышева, предложенная им в двадцатых годах XX века:

$$W=6n-5p_5-4p_4-3p_3-2p_2-p_1+s \qquad (3.2)$$

где $p_1$, $p_2$, $p_3$, $p_4$ и $p_5$ – количество кинематических пар, класс которых соответствует индексу. В качестве примера определения числа степеней свободы пространственного механизма рассмотрим исполнительный механизм робота - манипулятор. Такие механизмы принципиально отличаются от механизмов, описанных выше. Механизмы, показанные на рис. 3.1 – 3.4 и им подобные, имеют,

как минимум, два обозначения стойки (подштриховка). Такие механизмы называются замкнутыми, то есть, их кинематическая цепь, начавшись кинематической парой, образованной входным звеном и стойкой, опять приходит к стойке (замыкается) через выходное звено (а может быть еще и через промежуточные звенья у сложных механизмов). Механизмы манипуляторов являются незамкнутыми, только одно из подвижных звеньев образует кинематическую пару со стойкой. На рис. 3.5,а показана схема манипулятора транспортного робота М-22. Этот манипулятор содержит три подвижных звена, третье звено имеет схват для зажима объекта транспортирования. Кинематические пары: в точке А – цилиндрическая IV класса, в точке В – поступательная V класса и в точке С – сферическая III класса. Для определения числа степеней свободы манипулятора используем формулу Малышева (3.2):

$$W=6\cdot3-5\cdot1-4\cdot1-3\cdot1=6$$

Это означает, что для однозначного нахождения позиций всех звеньев представленного манипулятора надо задать шесть независимых координат.

Управление каждой координатой может производиться отдельным двигателем или от одного двигателя при помощи систем передач, управляемых муфт и т.д.

Из анализа манипулятора следует: заключение, сделанное выше о том, что подавляющее большинство механизмов имеют одну степень свободы относится только к замкнутым механизмам, но совершенно не относится к манипуляторам. Заметим также, что число степеней свободы манипулятора равно сумме подвижностей каждой кинематической пары, входящей в него. Поэтому, подсчет числа степеней свободы может вестись не по формуле Малышева, а по подвижностям кинематических пар.

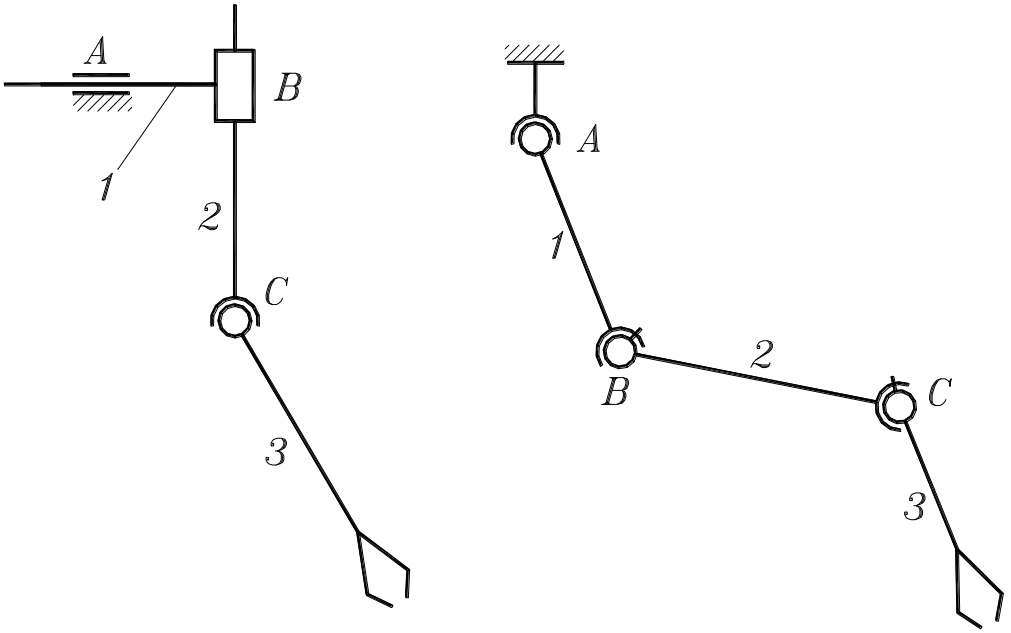



Рис. 3.5

Рассмотрим для примера манипулятор транспортного робота Maskot, схема которого дана на рис. 2.5,б. У него три подвижных звена, одна сферическая кинематическая пара в точке А и две сферические пары с пальцем в точках В и С. Сферическая пара имеет три подвижности, а сферические пары с пальцем – по две подвижности, следовательно, манипулятор имеет семь степеней свободы.

**Контрольные вопросы:**

1. Из каких звеньев состоят механизмы?
2. Какие механизмы изучаются в курсе ТММ?
3. Что такое число степеней свободы механизма?
4. Чем отличаются структурные формулы Малышева и Чебышева?
5. Чему соответствует число степеней свободы механизма?
6. Чем отличаются механизмы роботов от механизмов других машин?

## Лекция №4
## Теория механизмов. Плоские стержневые механизмы.

### План лекции:

1. Определение стержневого механизма.
2. Звенья стержневых механизмов.

3. Простейшие стержневые механизмы – виды и названия.
4. Шарнирные механизмы.
5. Ползунные механизмы.
6. Кулисные механизмы.

**Цель лекции:**

Ознакомление с плоскими стержневыми механизмами, встречающихся в горных и других видах машин, и их особенностями.

**Опорные слова:**

1. Стержневой механизм – механизм, звенья которого имеют, в основном, вид стержней.
2. Шарнирный механизм – механизм, все кинематические пары которого – шарниры.
3. Ползунный механизм – механизм, содержащий хотя бы один ползун.
4. Кулисный механизм – механизм, содержащий хотя бы одну кулису.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 21-57.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 23-28.

Теория механизмов – это самый большой раздел курса ТММ. Он изучает основы строения и функционирования механизмов, наиболее употребительных в машинах. Стержневые, кулачковые и зубчатые механизмы изучаются по следующим пунктам:

- особенности строения;
- кинематика;
- силовые соотношения;
- проектирование.

Плоские стержневые механизмы

В стержневых механизмах звенья имеют в основном вид стержней. Конструктивно они могут быть выполнены самым различным образом, но в своей основе – это, в большинстве случаев, стержень, по концам которого расположены элементы кинематических пар для присоединения к другим звеньям.

Функциональное назначение звеньев в механизмах может быть самым различным, названия звеньев соответствуют их функциональному назначению и могут быть весьма разнообразны. Однако в курсе ТММ механизмы изучаются в самом общем смысле, и мы будем абстрагироваться от функционального назначения механизмов и их звеньев до тех пор, пока не изучим их свойства и не перейдем к примерам их использования. С точки зрения совершаемых движений в стержневых механизма различают шесть типов звеньев: кривошип, коромысло, ползун, шатун, камень и кулису. Рассмотрим их подробнее.

Кривошип – звено, совершающее полный оборот вокруг неподвижной точки (рис. 4.1,а). В большинстве случаев кривошип является входным звеном механизма, и его схема дополняется круговой стрелкой, указывающей направление его вращения.

Коромысло – звено, которое совершает качательное движение относительно неподвижной точки (рис. 4.1,б), то есть, возвратное движение поворота в пределах определенного угла. В отличие от схемы кривошипа здесь нет круговой стрелки, а в некоторых случаях коромысло изображается в виде двуплечего рычага (рис. 4.1,в).

Ползун – звено, совершающее движение по неподвижным направляющим. В большинстве случаев эти направляющие прямолинейны и движение ползуна является возвратно-поступательным. Чаще всего ползун показывается на схемах в виде прямоугольника (рис. 4.1,г), иногда – как стержень (рис. 4.1,д).

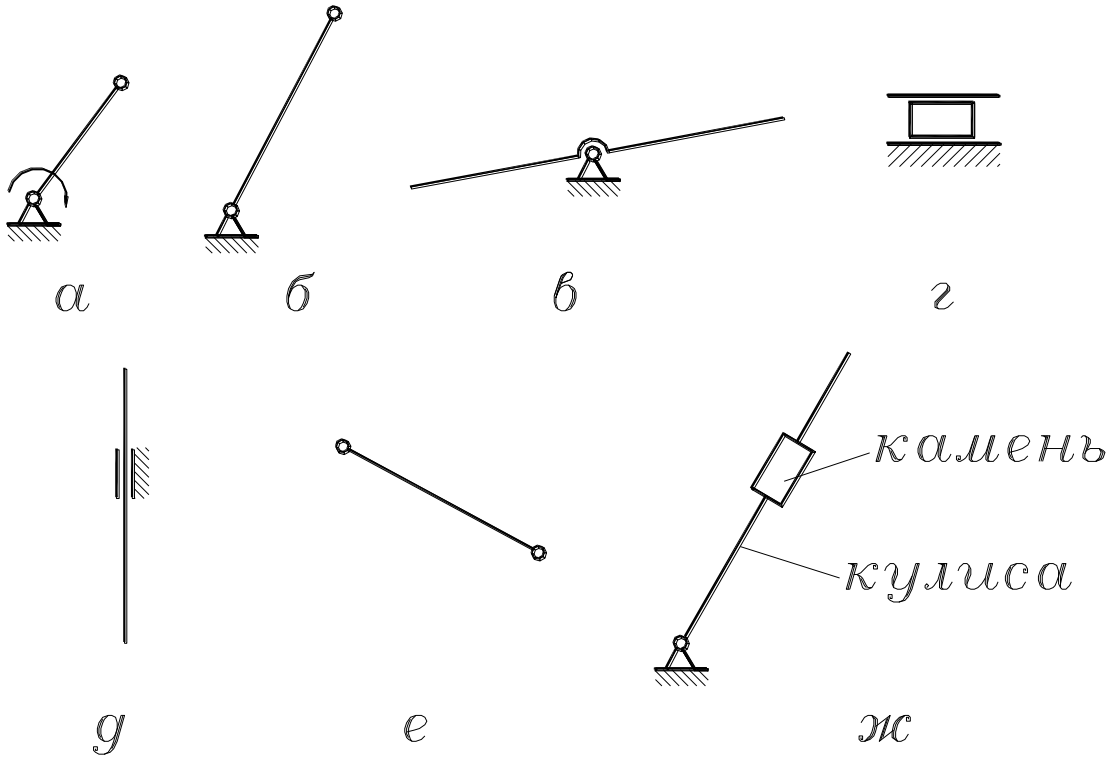



Рис. 4.1

Шатун – звено, совершающее сложное движение в плоскости. Шатун не образует кинематических пар со стойкой (рис. 4.1,е), но только с другими подвижными звеньями.

Камень – звено, совершающее движение по подвижной направляющей; подвижная направляющая называется кулисой (рис. 4.1,ж). Камень и кулиса не существуют в отдельности, но составляют единую неразрывную группу звеньев. Направляющие кулисы, как правило, прямолинейны. Кулиса, являясь подвижной направляющей камня, может совершать все виды движений: простые (вращательное, качательное или поступательное) и сложное. То есть, может быть, кулиса-кривошип, кулиса-коромысло, кулиса-ползун и кулиса-шатун.

Из таких звеньев состоит стержневой механизм любой сложности. В основе конструкции сложных стержневых механизмов находятся простейшие, которые и являются предметом нашего изучения. Простейшие стержневые механизмы являются четырехзвенными, то есть, содержат три подвижных звена и стойку. Названия таких механизмов состоят из названия входного и выходного звеньев. В зависимости от

конструкции простейшие стержневые механизмы делятся на шарнирные, ползунные и кулисные. Рассмотрим каждый из этих типов.

В шарнирных стержневых механизмах все кинематические пары – вращательные. На рис. 4.2,а приведена схема наиболее употребительного шарнирного механизма. Звено 1 (входное) – кривошип, звено 2 (промежуточное) – шатун, звено 3 (выходное) – коромысло. Механизм называется – кривошипно-коромысловый. Он служит для преобразования вращательного движения кривошипа в качательное движение коромысла. Используется в качестве исполнительных механизмов технологических машин (прессы, дробилки, ткацкие станки и пр.), а также в качестве вспомогательных механизмов.

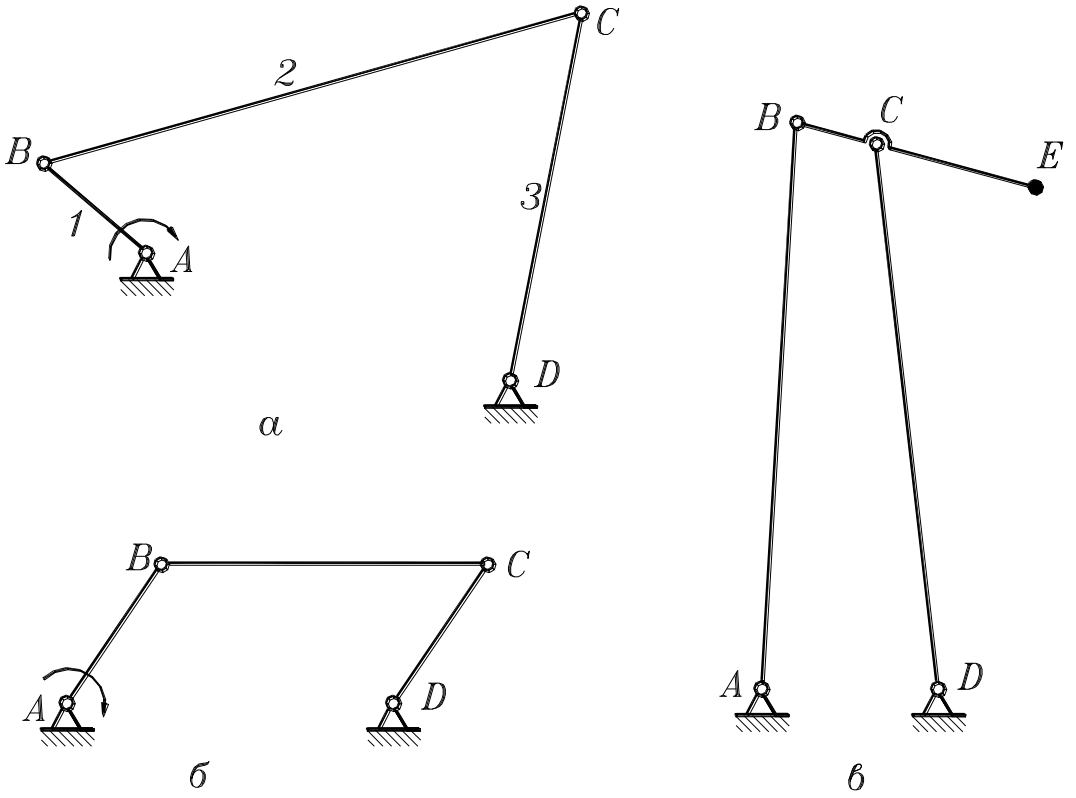



Рис. 4.2

На рис. 4.2,б показан двухкривошипный механизм, который еще называют механизмом шарнирного параллелограмма, так как звенья его попарно равны и параллельны. Входное и выходное звенья совершают синхронное вращение, а шатун совершает сложное движение в плоскости параллельно самому себе. Используется как механизм спарников ведущих колес локомотивов и в некоторых механизмах технологических машинах.

Двухкоромысловый механизм, приведенный на рис. 4.2,в, может составлять основу подъемного деррик-крана, причем, коромысла 1 и 3 являются его качающимися стойками, а шатун 2 – стрелой, точка Е которой (к ней крепится крюк для груза) перемещается приблизительно по прямой линии в пределах небольших углов качания коромысел 1 и 3.

В ползунных стержневых механизмах имеется хотя бы один ползун. На рис. 4.3, а приведена схема наиболее употребительного в технике механизма, который преобразует вращательное движение кривошипа 1 в возвратно-поступательное движение ползуна 3; шатун 2 является промежуточным звеном. Такой механизм называется кривошипно-ползунным. Используется в качестве исполнительных механизмов механических прессов, горизонтально-ковочных машин, поршневых

компрессоров, швейных машин и пр. Если входным звеном такого механизма является ползун, то это – механизм поршневых двигателей внутреннего сгорания.

Коромыслово-ползунный механизм, то есть, механизм с входным коромыслом и выходным ползуном (рис. 4.3,б), используется как составная часть более сложных механизмов. Двухползунный механизм (рис. 4.3,в) наиболее известен, как механизм-эллипсографа – при работе такого механизма любая точка шатуна описывает эллипс, параметры которого зависят от положения этой точки на шатуне. Если эта точка расположена посередине шатуна, то эллипс вырождается в окружность. Заметим, что при работе этого механизма входным звеном является попеременно то один, то другой ползун, что необходимо для возможности прохода ими крайних положений. Известен случай использования этого механизма в качестве основного механизма поршневого двигателя внутреннего сгорания.

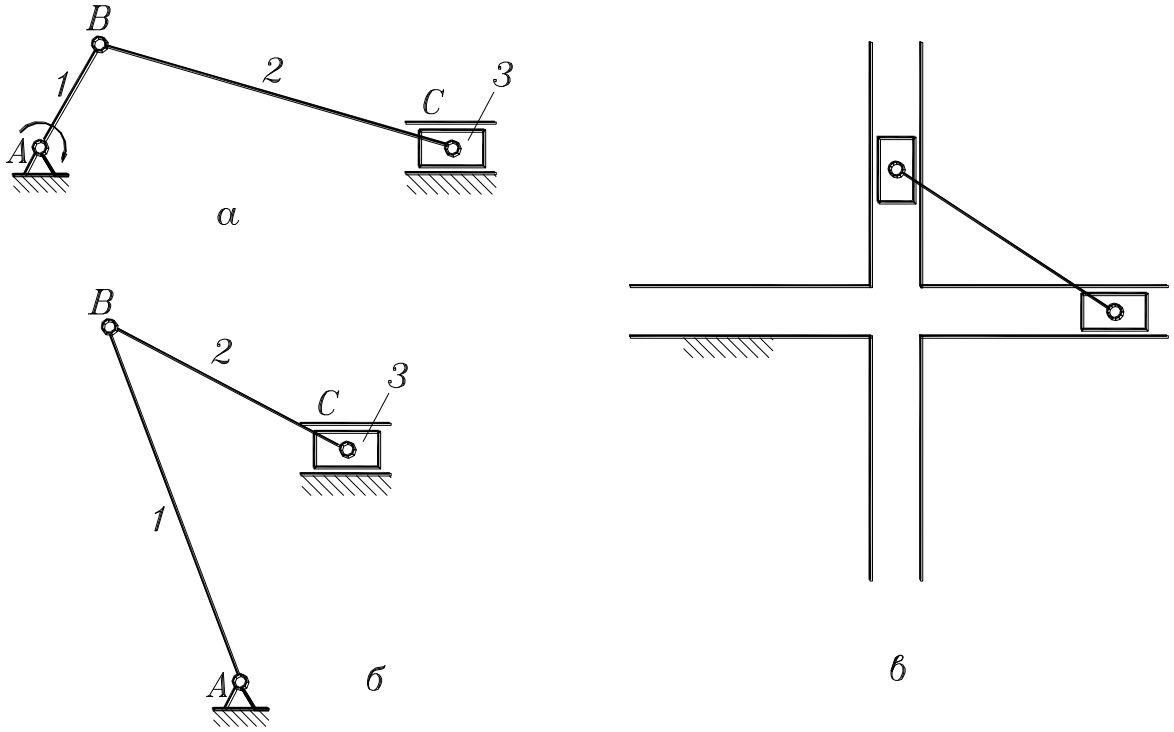



Рис. 4.3

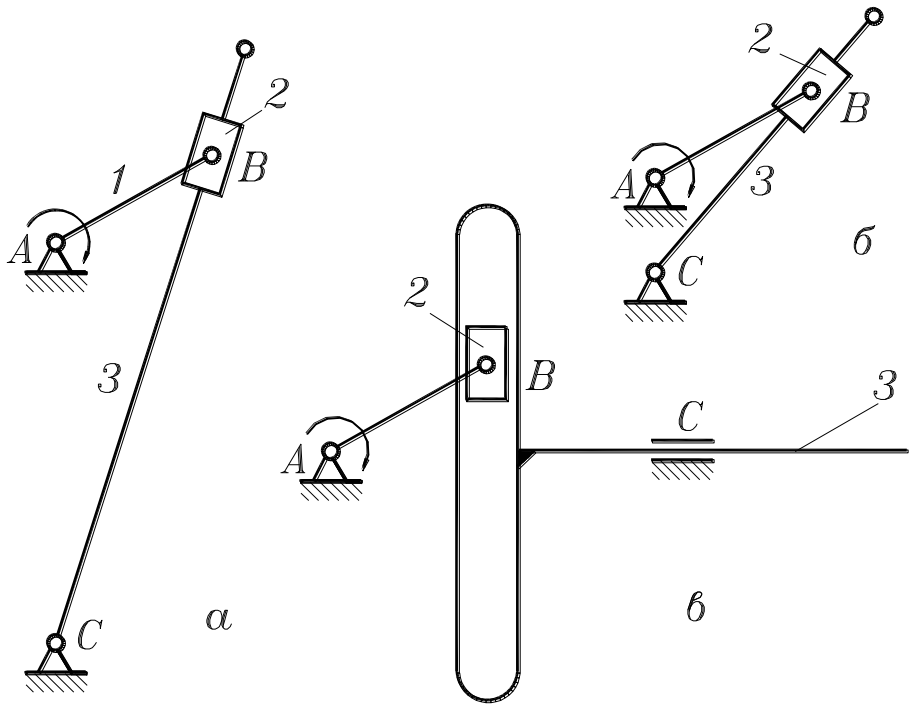



Рис. 4.4

Кулисные механизмы содержат хотя бы одну кулису. На рис. 4.4,а приведена схема кривошипно-кулисного механизма с качающейся кулисой: входным звеном здесь является кривошип 1, промежуточным – камень 2, выходным – кулиса 3. Механизм служит для преобразования вращательного движения кривошипа в качательное движение кулисы. Используется в качестве исполнительных и вспомогательных механизмов некоторых технологических машин.

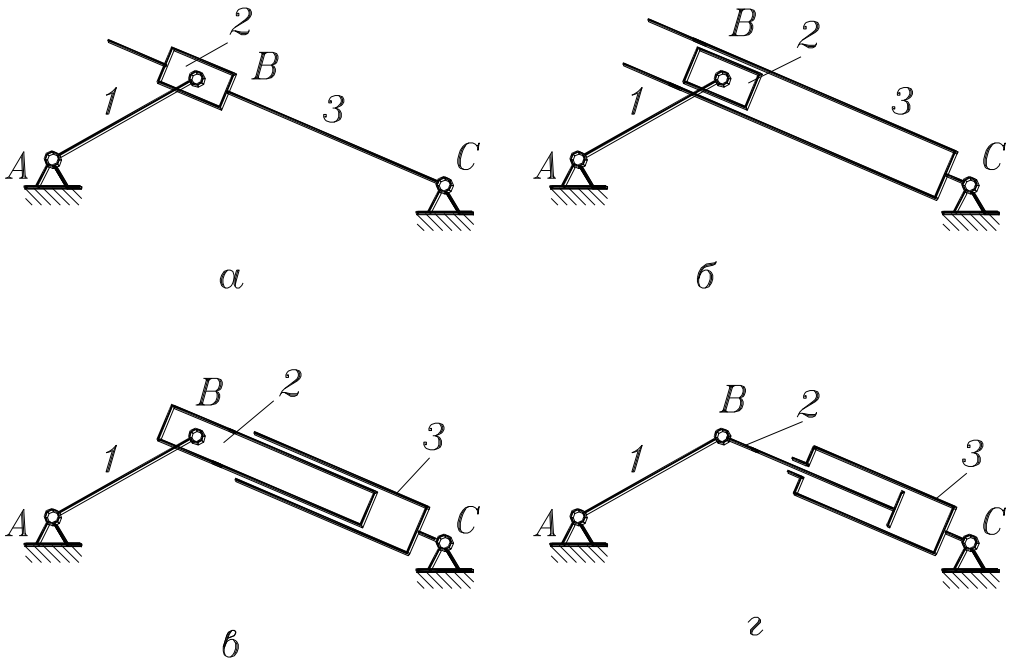



Рис. 4.5

Если в таком механизме расстояние между центром вращения кривошипа и точкой качания кулисы (АС на рис. 4.4,а) сделать меньше длины кривошипа АВ, то механизм с качающейся кулисой превратится в механизм с вращающейся кулисой

(рис. 4.4,б), причем характер этого вращения будет зависеть от соотношения размеров АВ и АС. Выше было сказано, что кулиса, являясь подвижной направляющей, может совершать любое движение в плоскости – простое (вращательное или поступательное) или сложное. На рис. 4.4,в показан кривошипно-кулисный механизм с поступательно движущейся кулисой. Кулиса 3 является ползуном, в котором выполнена направляющая для камня 2. Такой механизм используется в качестве исполнительных механизмов прессов, насосов и пр.

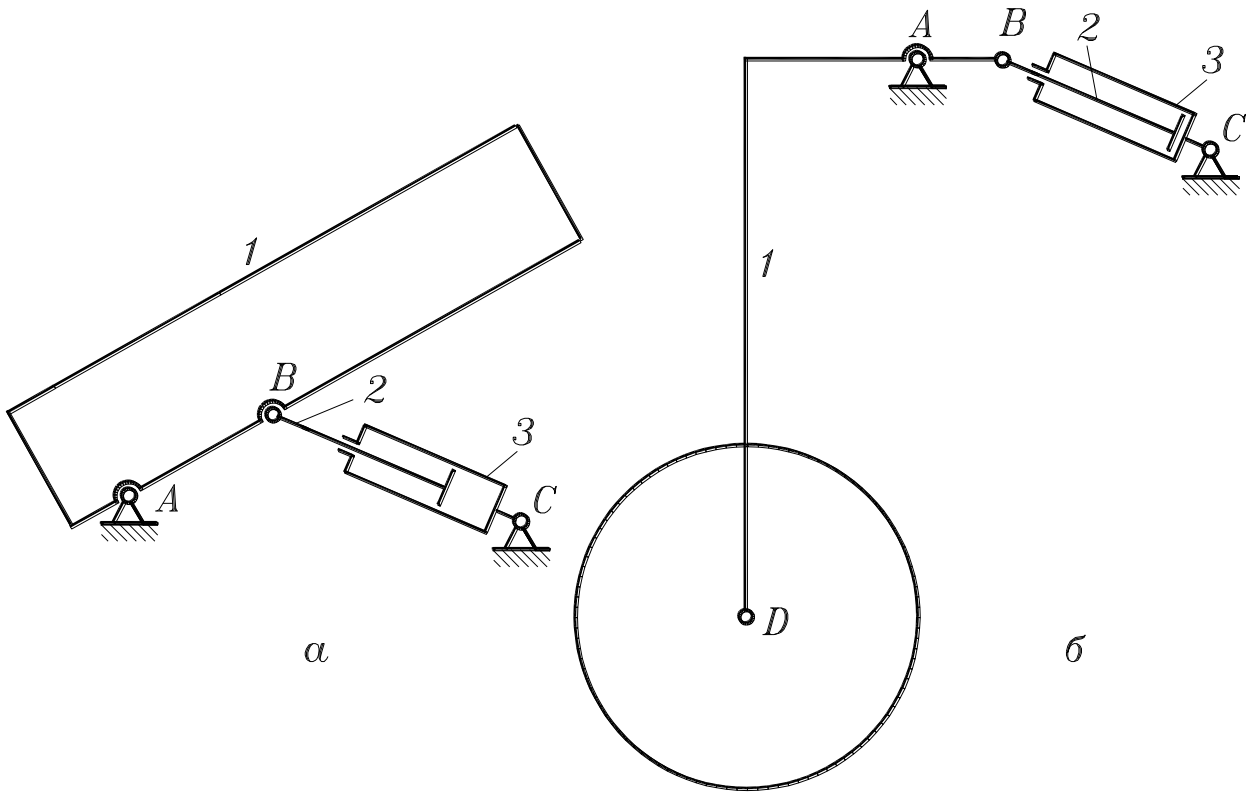



Рис. 4.6

Во многих машинах кулисные механизмы используются, как механизмы с качающимися гидроцилиндрами. Такие механизмы являются коромыслово-кулисными. На рис. 4.5 показано преобразование его схемы с обычными условными обозначениями камня и кулисы (рис. 4.5,а), с помощью постепенных их изменений (рис. 4.5,б и 4.5,в), в схему со специальными условными обозначениями камня в виде штока с поршнем, а кулисы в виде гидроцилиндра (рис. 4.5,г). На рис. 4.6,а показано использование такого механизма, как механизма опрокидывания кузова автомобиля-самосвала, а на рис. 4.6,б – как механизма убирания ноги шасси самолета.

Заметим, что в подобных механизмах с качающимся гидроцилиндром входным звеном является шток с поршнем (то есть, камень кулисного механизма), так как именно к нему подводится движение извне – давление жидкости гидросистемы.

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое стержневой механизм?
2. Сколько звеньев содержит простейший стержневой механизм?
3. Как строится название простейших механизмов?
4. Каковы главные признаки шарнирных, ползунных и кулисных механизмов?
5. Где и как используется простейшие стержневые механизмы?
6. Как образуется механизм с качающимся гидроцилиндром?

**Лекция № 5**

**Кинематика простейших стержневых механизмов. План скоростей.**

**План лекции:**

1. Цель и задачи изучения кинематики простейших стержневых механизмов.
2. Построение положений звеньев механизма и траекторий их точек.
3. Виды скоростей.
4. План скоростей кривошипно-ползунного механизма.

**Цель лекции:**

Цель изучения кинематики (кинематического исследования или кинематического анализа) сформулирована в курсе теоретической механики, это определение возможных движений. Применительно к механизмам - это определение возможных движений звеньев и их точек, то есть, тех движений, которые принципиально возможны и которые не учитывают сил и моментов, действующих на звенья механизма.

**Опорные слова:**

1. Кинематика изучает принципиально возможные движения механизмов.
2. Абсолютная скорость – это скорость точки (или звена) относительно стойки.
3. Относительная скорость – это скорость одной точки звена относительно другой точки того же звена (для шатунов).
4. Релятивная скорость – это скорость точки одного звена относительно совпадающей с ней точки другого звена (для кулисных механизмов).

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 52-65.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 30-36.

## Задачи изучения кинематики стержневых механизмов.

Задачи кинематического исследования:

-определение позиций звеньев механизма в процессе его работы и определение траекторий точек звеньев;

-определение скоростей звеньев и их точек;

-расчет передаточных отношений в механизме;

-определение ускорений звеньев и их точек.

Указанные задачи могут быть решены аналитическими, графическими и графоаналитическими методами. Рассмотрим решения каждой задачи.

## Построение положений звеньев механизма и траекторий их точек.

Определение позиций звеньев механизма в процессе его работы обычно ведется графическими приемами с использованием метода засечек. Производится построение нескольких совмещенных положений механизма, то есть, неподвижные точки механизма находятся в одном и том же месте. Как правило, строится четное число положений – 6, 8 или 12, соответствующих равнорасположенным позициям входного звена. Покажем это на примере нецентрального кривошипно-ползунного механизма, то есть, механизма, у которого линия движения ползуна не проходит через центр вращения кривошипа (рис. 5.1).

Схема механизма изображается в масштабе длин. Здесь надо сказать, что в курсе теории механизмов и машин используются масштабы, которые являются отношениями действительной величины на ее изображение на схеме, чертеже или графике. Изображение на чертеже – это всегда отрезок, измеряемый в миллиметрах, а единица измерения действительной величины зависит от вида параметра, который надо изобразить в масштабе – это может быть масса, угол, момент, скорость и т.д. В масштабе длин действительной величиной является длина, измеряемая в метрах. Масштаб обозначается греческой буквой μ с соответствующим индексом; в данном случае – это индекс длины *l*:

$$\mu_l = \frac{l}{\bar{l}} \left( \frac{\text{м}}{\text{мм}} \right) \qquad (5.1)$$

где: $l$ – действительная длина в м;

$\bar{l}$ – изображение этой длины на схеме в мм.

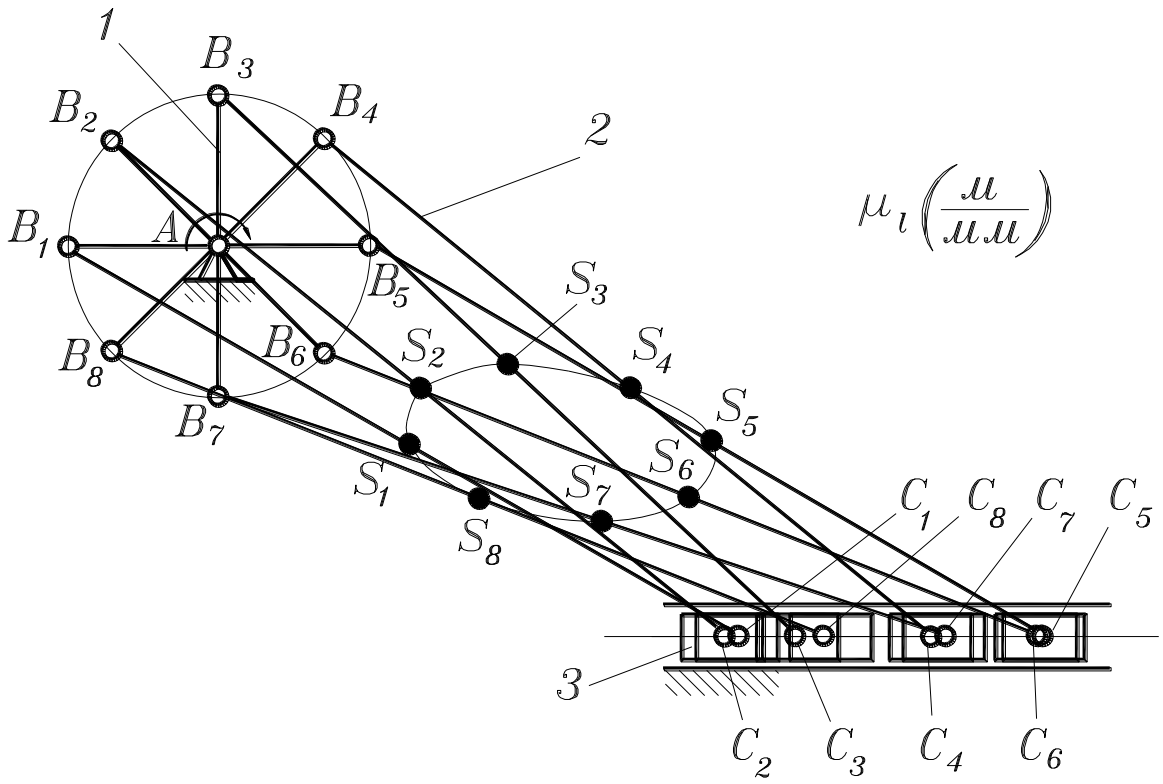



Рис.5.1.

Построение совмещенных позиций кривошипно-ползунного механизма производится следующим образом. На рис. 5.1 показано восемь позиций.

Прежде всего, изображается схема этого механизма в первой позиции; это может быть любая позиция, например, при горизонтальном левом положении кривошипа. После этого чертятся траектории точки В кривошипа (окружность) и точки С ползуна (прямая). Окружность траектории точки В делится на 8 равных частей, и изображаются восемь равнорасположенных позиций кривошипа. Затем, из каждой точки В радиусом, равным длине шатуна, делаются засечки на прямой траектории точки С ползуна. Получаем позиции ползуна, соответствующие точкам В кривошипа. Соединив точки S шатуна в каждой его позиции плавной кривой, получим траекторию этой точки шатуна.

Совмещенные положения кривошипно-коромыслового механизма строятся подобным образом с той разницей, что засечки из точек кривошипа радиусом равным длине шатуна делаются не на прямой траектории точки ползуна, как в кривошипно-ползунном механизме, а на дуге окружности траектории точки коромысла (рис. 5.2).

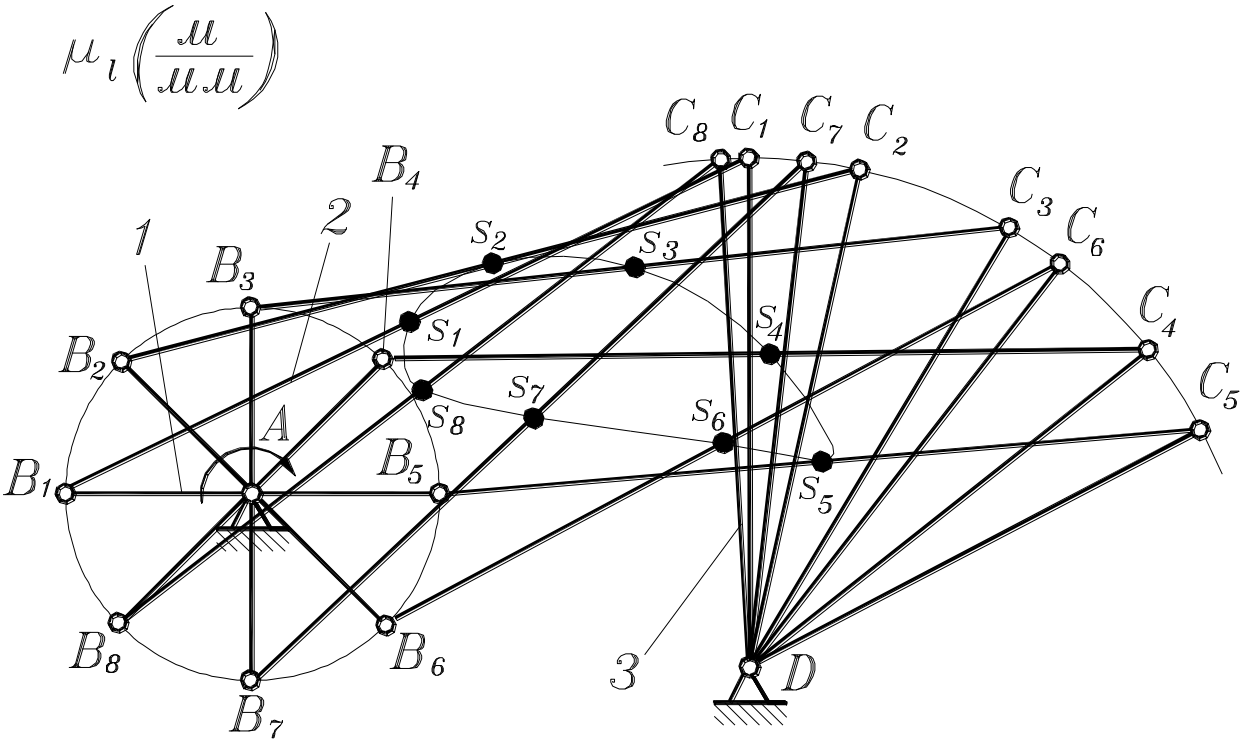



Рис. 5.2.

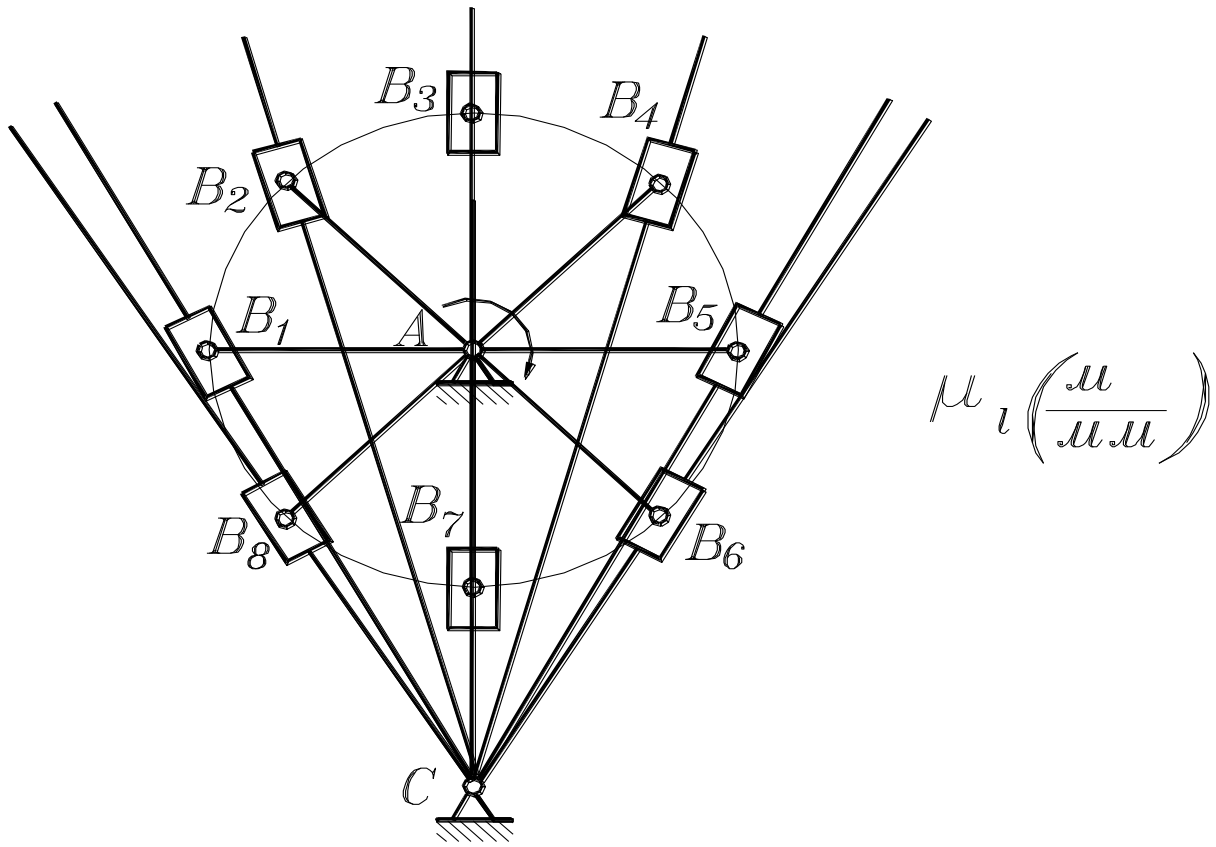


Рис. 5.3

Построение совмещенных положений кривошипно-кулисных механизмов значительно проще, так как у них точки кривошипа, камня и кулисы совпадают (рис. 5.3). Напомним, что в зависимости от длины кривошипа и расстояния между центрами вращения кривошипа и кулисы, кулиса может совершать качательные или вращательные движения.

Определение скоростей звеньев и их точек.

Сначала рассмотрим классификацию скоростей в стержневых механизмах. Заметим, что все сказанное о типах скоростей относится и к ускорениям.

Различают скорости угловые и линейные.

Угловыми скоростями обладают звенья, в том числе и шатуны, которые в каждый момент времени можно рассматривать, как поворачивающиеся вокруг какой-то точки (мгновенный центр вращения в абсолютном движении или шарнир звена – в относительном). Исключение составляет ползун, так как он совершает только поступательное движение. Угловые скорости обозначаются греческой буквой ω, измеряются в рад/с и имеют два направления: по часовой стрелке и против часовой стрелки.

Линейными скоростями обладают точки звеньев и ползун, как звено, совершающее только поступательное движение. Линейная скорость является векторной величиной, обозначается латинской буквой v и измеряется в м/с.

Среди линейных скоростей будем различать скорости абсолютные, относительные и релятивные.

Абсолютная скорость – это скорость точки относительно стойки. В этом случае обозначение скорости имеет индекс этой точки, например, $v_B$, или $v_S$.

Относительная скорость – это скорость одной точки звена относительно другой точки того же звена. В основном будем рассматривать относительные скорости точек шатунов, например, $v_{CB}$ – это скорость точки С относительно точки В.

Релятивная скорость – это скорость точки одного звена относительно совпадающей с ней точки другого звена. Эту скорость будем рассматривать только для кулисных механизмов. Точка В (рис. 5.3) реализована на кривошипе 1 и камне 2 в виде шарнира, связывающего камень с кривошипом. В данный момент времени с этой точкой совпадает воображаемая точка на кулисе 3, то есть, точка, которая никак не реализована, но которая нужна для расчетов и построений. Релятивная скорость $v_{B3B1}$ (или $v_{B3B2}$) – это скорость точки $B_3$ кулисы относительно точки $B_1$ кривошипа (или точки $B_2$ камня). Учитывая, что камень и кулиса совершают друг относительно друга поступательное движение, можно сказать, что релятивная скорость – это скорость кулисы относительно камня.

Различают графоаналитические и аналитические методы определения скоростей. Из графоаналитических наиболее употребительны методы планов скоростей и кинематических диаграмм. Аналитические методы и кинематические диаграммы будут рассмотрены ниже. Здесь рассмотрим определение скоростей при помощи планов скоростей.

План скоростей – это многоугольник векторов абсолютных, относительных и релятивных скоростей, построенный в определенном масштабе, с помощью которого могут быть определены мгновенные линейные и угловые скорости в механизме, то есть, скорости в заданной позиции этого механизма (а также найдены его передаточные отношения, о чем будет сказано ниже). В этом многоугольнике

векторы абсолютных скоростей выходят из одной точки, называемой полюсом плана скоростей (точка $p$), а векторы относительных скоростей соединяют концы абсолютных.

План скоростей кривошипно-ползунного механизма строится так. Исходными данными задачи являются геометрические параметры механизма – кинематическая схема в масштабе $\mu_l$ (рис. 5.4), - и его входной кинематический параметр – постоянная угловая скорость кривошипа $\omega_1$. Линейная скорость точки В кривошипа может быть найдена по известной формуле

$$v_B = AB \cdot \omega_1 \qquad (5.2)$$

Вектор этой скорости, изображенный в произвольном масштабе скоростей, является исходным для построения плана скоростей. Масштаб скоростей:

$$\mu_V = \frac{v}{\bar{v}} \quad \left(\frac{м}{с \cdot мм}\right) \qquad (5.3)$$

где: v – действительная линейная скорость в м/с;

$\bar{v}$ - изображение вектора этой скорости в мм.

Для упрощения построений и вычислений удобно этот масштаб выбирать не произвольным, а таким, чтобы изображение вектора скорости точки В кривошипа было равно изображению кривошипа на схеме механизма, то есть, чтобы v = АВ. Тогда, с учетом (5.2), масштаб скоростей:

$$\mu_v = \frac{v_B}{\overline{v_B}} = \frac{AB \cdot \omega_1}{\overline{AB}}$$

С учетом (5.1) получим:

$$\mu_v = \mu_l \cdot \omega_1 \quad \left(\frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}}\right) \qquad (5.4)$$

Так как в данном случае изображение вектора скорости точки вращающегося звена равно изображению радиус-вектора расположения этой точки на звене, то такой масштаб скоростей называется масштабом начального звена или для нашего случая – масштабом кривошипа.

Будем строить план скоростей S в указанном масштабе (рис. 5.4). Сначала из полюса р проводим вектор скорости точки В кривошипа в сторону, соответствующую направлению угловой его скорости. Этот вектор по вышеуказанному условию будет равен и перпендикулярен изображению кривошипа на схеме механизма, то есть, pb=⊥АВ. (Эти и последующие действия при построении плана скоростей приведены в виде примечаний под планом скоростей на рис. 5.4). Переходим к шатуну. Точка В принадлежит не только кривошипу, но и шатуну, значит скорость точки В шатуна такая же, как и скорость точки В кривошипа, или, говорят, кинематические параметры точек В кривошипа и шатуна одинаковые. Шатун совершает сложное движение в плоскости, то есть, его движение состоит из переносного поступательного со скоростью токи В и относительного вращательного вокруг точки В. Чтобы определить скорость точки С шатуна, надо решить векторное уравнение:

$$\overline{v_C} = \overline{v_B} + \overline{v_{CB}} \qquad (5.5)$$

Точка С принадлежит не только шатуну, но и ползуну, и скорости их одинаковы.

Ползун совершает поступательное движение вдоль направляющих, значит, линия действия скорости точки С в нашем случае горизонтальна. Так как эта скорость абсолютна, то горизонталь проводим через полюс p. Относительная скорость $v_{CB}$ перпендикулярна шатуну, так как в относительном движении он совершает поворот вокруг точки В. Поэтому, выполняя действие графического сложения в векторном уравнении (5.5), через точку b плана скоростей проводим перпендикуляр к шатуну. В пересечении этих двух линий и будет находиться искомая точка c плана скоростей. Таким образом, pc - это вектор абсолютной скорости точки С, а *bc* - это вектор относительной скорости точки С относительно точки В. Для нахождения точки s на плане скоростей используем теорему подобия, согласно которой фигура, образованная векторами относительных скоростей точек звена подобна фигуре звена. В нашем случае можно сказать, что отрезки звена и относительной скорости пропорциональны. То есть, если точка S расположена посередине шатуна ВС, то на плане скоростей точка s будет находиться посередине между точками b и c: ps - вектор абсолютной скорости точки S.

С помощью построенного плана скоростей могут быть определены величины и направления всех скоростей в механизме, то есть, скоростей точек и звеньев. Направления скоростей точек видны из плана скоростей, а их величину, согласно формуле (5.4), найдем как произведение длины вектора в мм на масштаб скоростей. Например, скорость точки С (или скорость ползуна):

$$v_C = \overline{pc} \cdot \mu_l \text{ (м/с)}$$

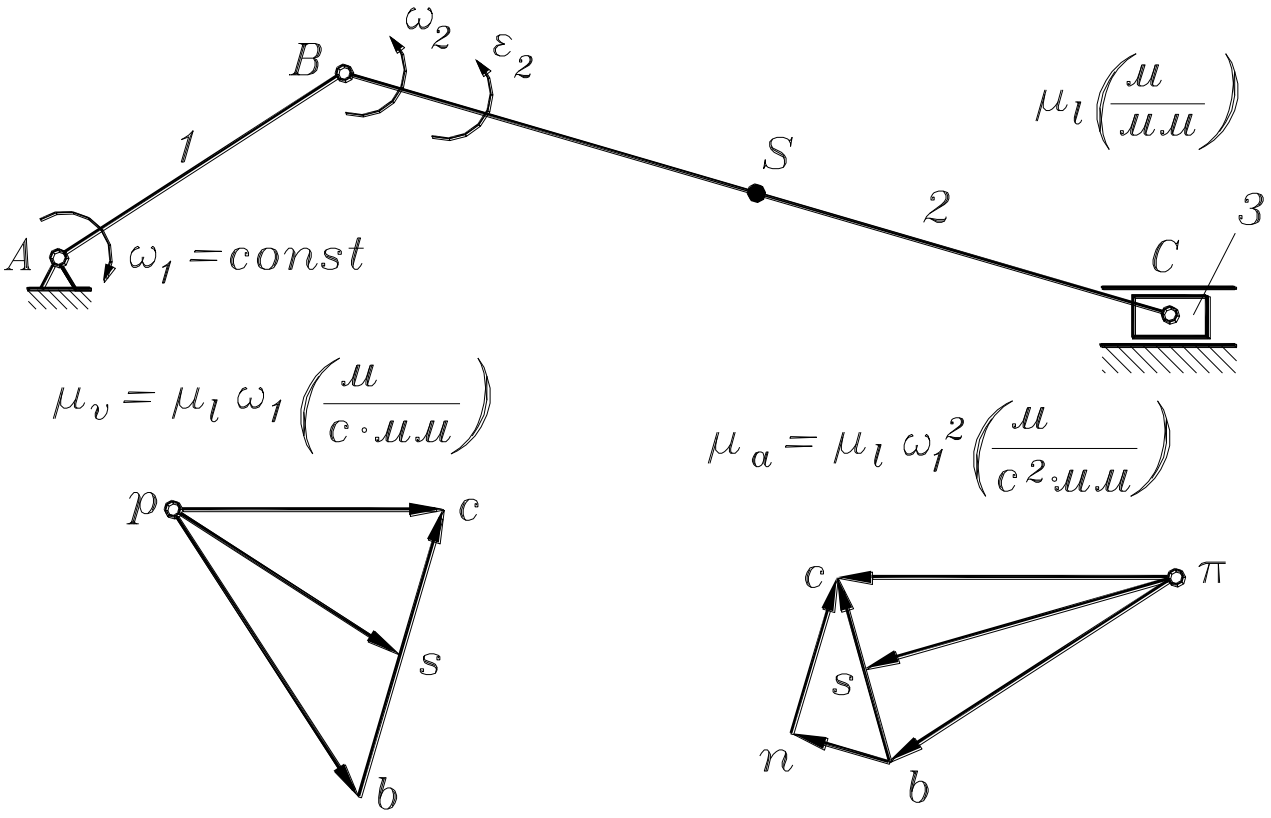



Рис.5.4.

Найдем угловую скорость шатуна. Шатун совершает сложное движение в плоскости, но в каждый момент времени можно рассматривать его движение, как движение поворота вокруг мгновенного центра вращения в абсолютном движении или вокруг точки В в относительном движении с одной и той же мгновенной угловой

скоростью. Эта скорость определяется при помощи схемы механизма и плана скоростей, как частное от деления относительной скорости точки В шатуна на радиус-вектор расположения этой точки на шатуне (т.е. на размер ВС). Заменяя действительные величины их изображениями на схеме и плане скоростей, получим:

$$\omega_2 = \frac{v_{CB}}{BC} = \frac{\overline{v_{CB}}\mu_v}{\overline{BC}\mu_l} = \frac{\overline{bc}\mu_l\omega_1}{\overline{BC}\mu_l}$$

И после сокращения:

$$\omega_2 = \frac{\overline{bc}}{\overline{BC}} \cdot \omega_1 \text{ (рад/с)} \qquad (5.6)$$

Чтобы определить направление этой скорости, надо мысленно перенести вектор из плана скоростей в точку С схемы механизма и он укажет направление $\omega_2$, в данном случае, против часовой стрелки (рис. 5.4).

**Контрольные вопросы:**

1. Каковы задачи кинематического исследования стержневых механизмов?
2. Как различаются абсолютные и относительные и релятивные кинематические параметры механизмов?
3. Каковы методы определения скоростей стержневых механизмах?
4. Что такое план скоростей?
5. Каковы возможности планов скоростей?

## Лекция № 6
## План ускорений простейших стержневых механизмов.

**План лекции:**

1. Передаточные отношения и их виды.
2. Виды ускорений.
3. План ускорений кривошипно-ползунного механизма.

**Цель лекции:**

Цель изучения кинематики (кинематического исследования или кинематического анализа) сформулирована в курсе теоретической механики, это определение возможных движений. Применительно к механизмам - это определение возможных движений звеньев и их точек, то есть, тех движений, которые принципиально возможны и которые не учитывают сил и моментов, действующих на звенья механизма.

**Опорные слова:**

1. Передаточные отношения – это отношения скоростей звеньев, точек или звеньев и точек.
2. План ускорений – это многоугольник векторов абсолютных и относительных ускорений точек.
3. Относительное ускорение – это ускорение одной точки звена относительно другой точки того же звена (для шатунов).

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 66-72.

2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 37-43.

## Расчет передаточных отношений в механизме.

Передаточные отношения – это отношения скоростей звеньев, точек или звеньев и точек. Величины передаточных отношений используются в динамических расчетах, а также для решения некоторых кинематических задач, в основном, в кулачковых и зубчатых механизмах. Передаточное отношение обозначается буквой u с буквенными или цифровыми индексами. Например, $u_{21}$ – это передаточное отношение от звена 2 к звену 1, $u_{S2}$ – передаточное отношение от точки S к звену 2.

Будем различать передаточные отношения двух типов: безразмерные и имеющие размерность.

Безразмерные передаточные отношения. Это отношение угловых скоростей или линейных скоростей. Для стержневых механизмов - это отношение угловых скоростей звеньев или линейных скоростей точек звеньев (исключением является ползун, как звено, обладающее только линейной скоростью). Общее количество передаточных отношений в механизме зависит от числа звеньев и может быть велико, все они не определяются, а рассчитываются только те, которые нужны для тех или иных расчетов. Передаточные отношения стержневого механизма для заданного его положения легко определяются, если есть его схема и план скоростей. Для рассматриваемого кривошипно-ползунного механизма (рис. 5.4) найдем передаточное отношение от шатуна к кривошипу (с учетом (5.6)):

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\overline{bc}\omega_1}{\overline{BC}\omega_1} = \frac{\overline{bc}}{\overline{BC}}$$

Физический смысл такого передаточного отношения следующий: во сколько раз одно звено вращается быстрее (или медленнее) другого. Следует помнить, что в следующем положении механизма это передаточное отношение изменится, так как $\omega_2$ станет другим. Таким образом, передаточное отношение в стержневом механизме имеет только расчетный смысл (используется для динамических расчетов). Практический смысл оно имеет для механизмов передачи вращательного движения, в частности, для зубчатых механизмов, где скорости звеньев постоянны и передаточное отношение неизменно (см. раздел зубчатых механизмов).

Найдем теперь передаточное отношение от точки S к ползуну (учитывая, что скорость ползуна равна скорости точки C):

$$u_{S3} = \frac{v_S}{v_3} = \frac{\overline{v_S}\mu_v}{\overline{v_C}\mu_v} = \frac{\overline{ps}}{\overline{pc}}$$

Физический смысл этого передаточного отношения такой: во сколько раз ползун движется быстрее (или медленнее) точки S. Величина этого передаточного отношения для стержневого механизма имеет только расчетный смысл, так как в следующей позиции механизма она изменится. Практический смысл подобное передаточное отношение может иметь для клиновых механизмов. Такие механизмы имеют ограниченное применение и в нашем курсе не изучаются.

Передаточные отношения, имеющие размерность. Это отношения скорости точки звена (или ползуна) к скорости звена, или наоборот – отношение скорости звена к скорости точки звена (или ползуна).

Определим для нашего механизма передаточное отношение от ползуна к кривошипу:

$$u_{31} = \frac{v_3}{\omega_1} = \frac{v_C}{\omega_1} = \frac{\overline{v_C}\mu_v}{\omega_1} = \frac{\overline{pc}\mu_l\omega_1}{\omega_1} = \overline{pc}\mu_l \quad \text{(м)}$$

Физический смысл этого передаточного отношения такой: на сколько метров переместится ползун при повороте кривошипа на один радиан. Так как в следующей позиции механизма, то есть, в следующее мгновение, это передаточное отношение изменится, то его величина имеет только расчетный смысл для данной позиции. Практический смысл подобное передаточное отношение имеет для механизмов «шестерня-рейка» и «винт-гайка», где его величина может оставаться неизменной при работе механизма. Аналогичным образом могут быть найдены и другие передаточные отношения от точек к звеньям или от звеньев к точкам; в последнем случае передаточное отношение будет иметь размерность обратную предыдущему примеру.

Определение ускорений звеньев и их точек.

Подобно тому, как скорости в механизме находятся при помощи плана скоростей, ускорения в механизме определяются с помощью плана ускорений. План ускорений – это многоугольник векторов абсолютных и относительных ускорений точек. Исходными данными для определения ускорений являются кинематическая схема механизма и план скоростей (рис. 5.4).

Так как угловая скорость кривошипа постоянна, то каждая его точка имеет нормальное (центростремительное) ускорение, величина которого определится по формуле:

$$a_B^n = AB\omega_1^2 \quad (6.1)$$

Вектор этого ускорения, изображенный в произвольном масштабе ускорений, является исходным для построения плана ускорений. Масштаб ускорений:

$$\mu_a = \frac{a}{\overline{a}}\left(\frac{м}{с^2 мм}\right) \quad (6.2)$$

где: а - действительное линейное ускорение в м/с $^2$;

$\overline{a}$ - изображение вектора этого ускорения в мм.

Подобно тому, как это было сделано при построении плана скоростей, для упрощения построений и вычислений удобно этот масштаб выбирать не произвольным, а таким, чтобы изображение вектора ускорения точки В кривошипа было равно изображению кривошипа на схеме механизма, то есть, чтобы $\overline{a} = \overline{AB}$

Тогда, с учетом (6.1), масштаб ускорений:

$$\mu_a = \frac{a_B}{\overline{a_B}} = \frac{AB \cdot \omega_1^2}{\overline{AB}}$$

С учетом (5.1) получим:

$$\mu_a = \mu_l \cdot \omega_1^2 \left( \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}^2} \right) \qquad (6.3)$$

Так как в данном случае изображение вектора нормального ускорения точки вращающегося звена равно изображению радиус-вектора расположения этой точки на звене, то такой масштаб скоростей называется масштабом начального звена или для нашего случая – масштабом кривошипа.

Будем строить план ускорений в указанном масштабе (рис. 5.4). Сначала из полюса $\pi$ проводим вектор нормального ускорения точки В кривошипа, которое направлено к центру его вращения, то есть, от точки В к точке А. По вышеуказанному условию этот вектор будет равен и параллелен изображению кривошипа на схеме механизма, то есть, $\overline{pb} = \| \overline{AB}$

(Эти и последующие действия при построении плана ускорений приведены в виде примечаний под планом ускорений на рис. 5.4). Переходим к шатуну. Точка В принадлежит не только кривошипу, но и шатуну, значит ускорение точки В шатуна такое же, как и ускорение точки В кривошипа. Шатун совершает сложное движение в плоскости, то есть, его движение состоит из переносного поступательного и относительного вращательного вокруг точки В. Значит, ускорение точки С относительно точки В шатуна состоит из относительного нормального и относительного тангенциального. Чтобы определить ускорение точки С шатуна, надо решить векторное уравнение:

$$\overline{a_C} = \overline{a_B} + \overline{a_{CB}} = \overline{a_B} + \overline{a_{CB}^n} + \overline{a_{CB}^\tau}$$

Точка С принадлежит не только шатуну, но и ползуну, и ускорения их одинаковы. Ползун совершает поступательное движение вдоль направляющих, значит, линия действия ускорения точки С в нашем случае горизонтальна. Так как это ускорение абсолютно, то горизонталь проводим через точку $\pi$ плана ускорений. Нормальное ускорение точки С шатуна относительно точки В шатуна может быть определено, так как известна его угловая скорость в относительном движении вокруг точки В. Определим сразу изображение этого ускорения, то есть, длину того вектора, который следует показать на плане ускорений. Выполняя действие графического сложения, согласно векторному уравнению, этот вектор надо отложить из конца вектора ускорения точки В, то есть, от точки b параллельно шатуну в направлении от точки С к точке В – к центру относительного вращения (на рис. 5.4). Длину вектора с учетом (5.6) найдем так:

$$\overline{a_{CB}^n} = \overline{bn} = \frac{a_{CB}^n}{\mu_a} = \frac{BC\omega_2^2}{\mu_l \omega_1^2} = \frac{\overline{BC}\mu_l (\overline{bc})^2 \omega_1^2}{(\overline{BC})^2 \mu_l \omega_1^2}$$

После сокращения получим окончательно:

$$\overline{bn} = \frac{(\overline{bc})^2}{\overline{BC}} \text{ (мм)} \qquad (6.4)$$

Линию действия тангенциального относительного ускорения проводим, выполняя действие графического сложения согласно векторному уравнению, из конца вектора $\overline{bn}$ перпендикулярно шатуну. В точке пересечения этой линии с горизонталью линии действия ускорения точки С и находится искомая точка с – конец векторов $\overline{\pi c}$ (абсолютное ускорение точки С) и $\overline{nc}$ (тангенциальное относительное ускорение точки С). Сумма векторов нормального $\overline{bn}$ и

тангенциального $\overline{nc}$ относительных ускорений даст вектор полного относительного ускорения $\overline{bc}$. Что касается ускорения точки S, то аналогично вышеуказанному для плана скоростей, точка s на плане ускорений будет расположена посередине отрезка *bc*.

План ускорений показывает направления и пропорции линейных ускорений в механизме. Величины линейных и угловых ускорений находятся из плана ускорений по формулам. Линейные ускорения - с учетом масштаба ускорений. Например, ускорение ползуна:

$$a_3 = a_C = \overline{\pi c}\,\mu_a$$

Угловое ускорение шатуна в его относительном движении вокруг точки B найдем как частное от деления тангенциального относительного ускорения точки C на радиус-вектор расположения этой точки на шатуне (размер BC). Заменяя действительные величины их изображениями на плане ускорений и схеме механизма, получим:

$$\varepsilon_2 = \frac{a^{\tau}_{CB}}{BC} = \frac{\overline{nc}\,\mu_l \omega_1^2}{\overline{BC}\,\mu_l}$$

И после сокращения имеем:

$$\varepsilon_2 = \frac{\overline{nc}}{\overline{BC}}\omega_1^2 \quad \text{(рад/с)} \qquad (6.5)$$

Направление углового ускорения шатуна укажет вектор, мысленно перенесенный из плана ускорений в точку C схемы механизма. В данном случае угловое ускорение шатуна направлено против часовой стрелки, так же, как его угловая скорость – это значит, что шатун в данный момент времени движется ускоренно.

В заключение заметим, что величины ускорений точек и звеньев используются в силовом расчете механизмов для определения сил инерции и силовых инерционных моментов.

**Контрольные вопросы:**

1. Каковы задачи кинематического исследования стержневых механизмов?
2. Каковы методы определения ускорений стержневых механизмов?
3. Что такое план ускорений?
4. Каковы возможности планов ускорений?
5. Что такое передаточное отношение и каковы их виды в стержневых механизмах?

**Лекция № 7**

**Планы скоростей и ускорений кривошипно-коромыслового и кривошипно-кулисного механизмов.**

**План лекции:**

1. План скоростей и ускорений кривошипно-коромыслового механизма.
2. План скоростей и ускорений кривошипно-кулисного механизма.

**Цель лекции:**

Научиться определять скорости и ускорения кривошипно-коромысловых и кривошипно-кулисных механизмов методом плана скоростей и ускорений.

**Опорные слова**:

1. Коромысло - звено, совершающее качательное движение относительно неподвижной точки.
2. Камень - звено, совершающее движение по подвижной направляющей.
3. Кулиса - подвижная направляющая для камня.
4. Направление кориолисова ускорения определяется поворотом вектора релятивной скоростей на 90° в сторону вращения кулисы в заданной позиции механизма.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 68-75.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 43-53.

Кривошипно-коромысловый механизм.

Напомним, что планы скоростей и ускорений являются универсальным средством для определения скоростей, передаточных отношений и ускорений в

стержневых механизмах. Как производится это определение, было показано в предыдущей лекции на примере одного из простейших (четырехзвенных) стержневых механизмов – кривошипно-ползунного. Теперь рассмотрим, как строятся планы скоростей и ускорений кривошипно-коромыслового механизма.

Схема механизма для заданной позиции строится в масштабе $\mu_l$ (рис. 7.1)

План скоростей будем строить в масштабе кривошипа $\mu_v=\mu_l \circ \omega_1$ (м/с·мм), при котором изображение вектора скорости точки B кривошипа на плане скоростей равно изображению кривошипа на схеме механизма (вывод этого положения смотри в предыдущей лекции). Из полюса *p* плана скоростей проводим вектор $\overline{pb}$, равный и перпендикулярный кривошипу $\overline{AB}$ в сторону, соответствующую направлению его вращения: $\overline{pb}=\perp\overline{AB}$. (Эти и последующие действия при построении плана скоростей приведены в виде примечаний под планом скоростей на рис. 7.1). Дальнейшие построения производятся по векторному уравнению для скорости точки C шатуна:

$$\overline{v_C} = \overline{v_B} + \overline{v_{CB}}$$

Точка C принадлежит не только шатуну, но и коромыслу, поэтому линия действия скорости $v_C$ перпендикулярна коромыслу CD. Эту линию проводим через полюс плана скоростей, так как скорость точки C абсолютна. Линия действия относительной скорости точки C шатуна $v_{CB}$ перпендикулярна шатуну, поэтому, выполняя действие графического сложения, проводим ее через конец вектора. Эти две линии действия пересекаются в искомой точке с плана скоростей. Таким образом, $\overline{pc}$ - это вектор абсолютной скорости точки C, а $\overline{bc}$ - это вектор относительной скорости точки C относительно точки B. Для нахождения точки s на плане скоростей используем теорему подобия, согласно которой фигура, образованная векторами относительных скоростей точек звена подобна фигуре звена. В нашем случае можно сказать, что отрезки звена и относительной скорости пропорциональны. То есть, если точка S расположена посередине шатуна BC, то на плане скоростей точка s будет находиться посередине между точками b и c: $\overline{bs}$ - вектор абсолютной скорости точки S. Используем план скоростей для нахождения величины и направления угловых скоростей шатуна (звено 2) и коромысла (звено 3). Шатун в относительном движении поворачивается вокруг точки B и его угловая скорость равна частному от деления линейной относительной скорости $v_{CB}$ на радиус-вектор расположения точки C на шатуне. Заменяя действительные величины их изображениями на плане скоростей и схеме механизма, получим, с учетом (5.1) и (5.4):

$$\omega_2 = \frac{v_{CB}}{BC} = \frac{\overline{v_{CB}}\,\mu_v}{\overline{BC}\,\mu_l} = \frac{\overline{bc}\,\mu_l\,\omega_1}{\overline{BC}\,\mu_l}$$

После сокращения получим окончательно:

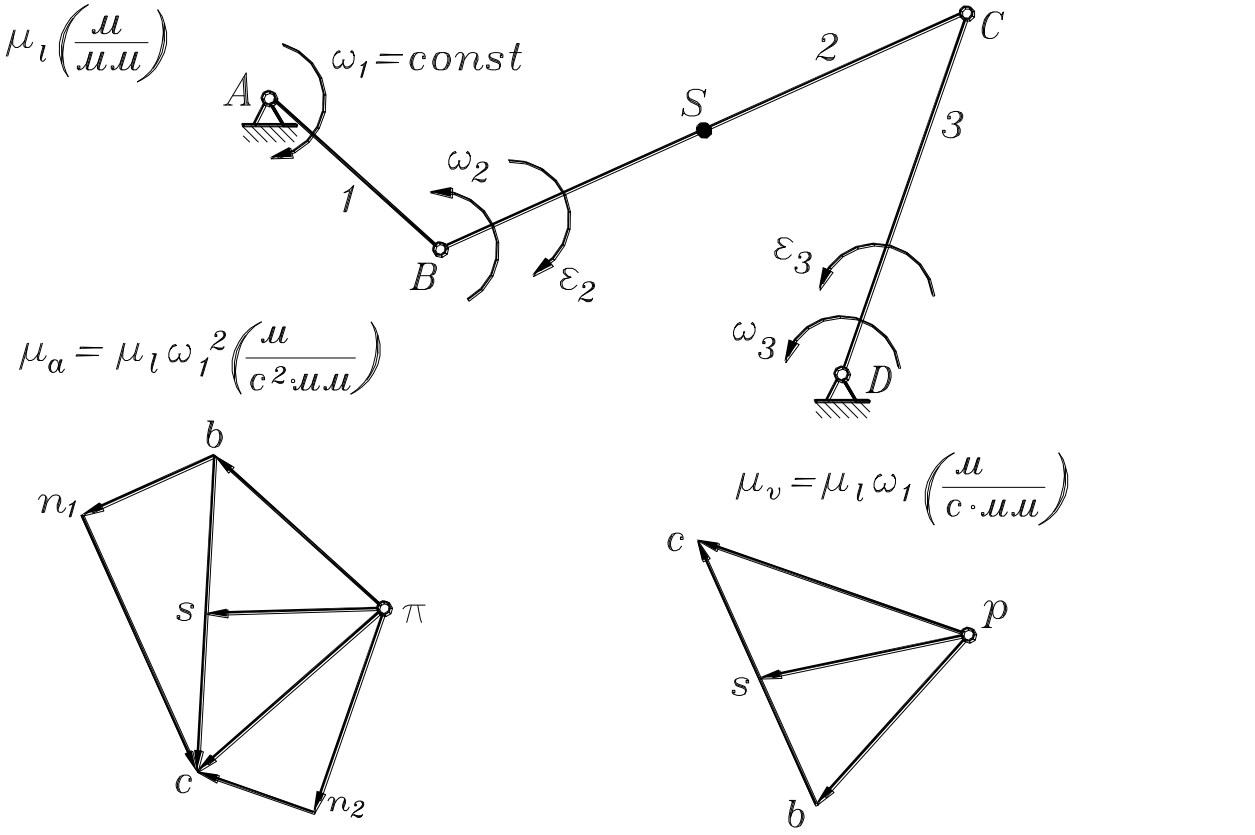
$$\omega_2 = \frac{\overline{bc}}{\overline{BC}}\omega_1 \quad \text{(рад/с)} \qquad (7.1)$$

Направление этой скорости укажет вектор, $\overline{bc}$ мысленно перенесенный из плана скоростей в точку C шатуна – против часовой стрелки (рис. 7.1).

Величина угловой скорости коромысла определится по аналогичной формуле, в которой вместо $\overline{bc}$ надо подставить, $\overline{pc}$ а вместо BC - CD:

$$\omega_3 = \frac{\overline{pc}}{\overline{CD}}\omega_1 \quad \text{(рад/с)} \qquad (7.2)$$

Направление этой скорости указывает вектор $\overline{pc}$, мысленно перенесенный в точку С коромысла – против часовой стрелки (рис. 7.1).




$$\overline{a_B^n} = \overline{\pi b} = \parallel \overline{AB} \qquad \overline{v_B} = \overline{pb} = \perp \overline{AB}$$

$$\left.\begin{array}{l} \overline{a_{CB}^n} = \overline{bn_1} \parallel \overline{BC} \\ \overline{a_{CB}^\tau} = \overline{n_1 c} \perp \overline{BC} \end{array}\right\} \quad \overline{a_{CB}} = \overline{bc} \qquad \begin{array}{l} \overline{v_{CB}} = \overline{bc} \perp \overline{BC} \\ \overline{v_C} = \overline{pc} \perp \overline{CD} \end{array}$$

$$\overline{a_C^n} = \overline{\pi n_2} \parallel \overline{CD} \qquad \overline{a_C} = \overline{\pi c} \qquad \overline{v_s} = \overline{ps}$$

$$\overline{a_C^\tau} = \overline{n_2 c} \perp \overline{CD}$$

$$\overline{a_s} = \overline{\pi s}$$

Рис. 7.1.

Переходим к плану ускорений. Подобно плану скоростей будем строить его в масштабе кривошипа $\mu_a = \mu_l \omega^2$ (м/с$^2$·мм), при котором изображение вектора нормального ускорения точки В кривошипа на плане ускорений равно изображению кривошипа на схеме механизма (вывод этого положения смотри в предыдущей лекции). Сначала из полюса π проводим вектор нормального ускорения точки В

кривошипа, которое направлено к центру его вращения, то есть, от точки B к точке A. По вышеуказанному условию этот вектор будет равен и параллелен изображению кривошипа на схеме механизма, то есть, $\overline{pb} = \| \overline{AB}$. (Эти и последующие действия при построении плана ускорений приведены в виде примечаний под планом ускорений на рис. 7.1).

Переходим к шатуну. Точка B принадлежит не только кривошипу, но и шатуну, значит ускорение точки B шатуна такое же, как и ускорение точки B кривошипа. Шатун совершает сложное движение в плоскости, то есть, его движение состоит из переносного поступательного и относительного вращательного вокруг точки B. Значит, ускорение точки C относительно точки B шатуна состоит из относительного нормального и относительного тангенциального. С другой стороны, точка C принадлежит не только шатуну, но и коромыслу. Ускорение этой точки в абсолютном движении вокруг точки D состоит из нормального и тангенциального. Поэтому, чтобы определить ускорение точки C шатуна, надо совместно решить два векторных уравнения:

$$\begin{cases} \overline{a_c} = \overline{a_B} + \overline{a^n_{CB}} + \overline{a^\tau_{CB}} \\ \overline{a_c} = \overline{a^n_C} + \overline{a^\tau_c} \end{cases} \qquad (7.3)$$

В первом уравнении нормальное ускорение точки C относительно точки B шатуна находится по известной формуле. Определим сразу его изображение, то есть, длину вектора в мм, который следует провести на плане ускорений (с учетом (7.1)):

$$\overline{a^n_{CB}} = \overline{bn_1} = \frac{a^n_{CB}}{\mu_a} = \frac{BC\,\omega_2^2}{\mu_l \omega_1^2} = \frac{\overline{BC}\,\mu_l (\overline{bc})^2 \omega_1^2}{(\overline{BC})^2 \mu_l \omega_1^2}$$

После сокращения получим:

$$\overline{bn_1} = \frac{(\overline{bc})^2}{\overline{BC}} \text{ (мм)} \qquad (7.4)$$

Выполняя действие графического сложения, согласно первому векторному уравнению, этот вектор надо отложить из конца вектора ускорения точки B, то есть, от точки b параллельно шатуну в направлении от точки C к точке B – к центру относительного вращения ($\overline{bn_1}$ на рис. 7.1). Из конца полученного вектора, то есть, из точки $n_1$, согласно тому же векторному уравнению, проводим линию действия тангенциального относительного ускорения точки B шатуна – перпендикулярно в шатуну.

Теперь переходим ко второму векторному уравнению. Нормальное ускорение точки C коромысла может быть найдено по известной формуле. Определим его изображение, то есть длину вектора в мм, который надо провести на плане ускорений (с учетом 7.3):

$$\overline{a^n_C} = \overline{\pi n_2} = \frac{a^n_C}{\mu_a} = \frac{CD\,\omega_3^2}{\mu_l \omega_1^2} = \frac{\overline{CD}\,\mu_l (\overline{pc})^2 \omega_1^2}{(\overline{CD})^2 \mu_l \omega_1^2}$$

После сокращения получим:

$$\overline{\pi n_2} = \frac{(\overline{pc})^2}{\overline{CD}} \text{ (мм)} \qquad (7.5)$$

Из конца полученного вектора, то есть, из точки $n_2$, согласно второму векторному уравнению, проводим линию действия тангенциального ускорения точки С коромысла – перпендикулярно к коромыслу на схеме механизма (рис. 7.1). Точка пересечения двух линий действия тангенциальных ускорений является концом векторов тангенциального относительного ускорения точки С шатуна $\overline{a^{\tau}_{CB}} = \overline{n_1 c}$ и тангенциального абсолютного ускорения точки С коромысла $\overline{a^{\tau}_{C}} = \overline{n_2 c}$.

Кроме того, эта точка является концом искомого вектора полного абсолютного ускорения точки С механизма $\overline{a_C} = \overline{\pi c}$, полученного в результате графо-аналитического решения системы векторных уравнений (7.3). Сумма векторов $\overline{bn_1}$ и $\overline{n_1 c}$ дает вектор полного относительного ускорения точки С шатуна $\overline{a_{CB}} = \overline{bc}$. Точка s на плане ускорений, так же как на плане скоростей расположена посередине вектора $\overline{bc}$: πs - вектор абсолютного ускорения точки S.

Используем план ускорений для нахождения угловых ускорений шатуна и коромысла. Угловое ускорение шатуна в его относительном движении вокруг точки В найдем как частное от деления тангенциального относительного ускорения точки С на радиус-вектор расположения этой точки на шатуне (размер ВС). Заменяя действительные величины их изображениями на плане ускорений и схеме механизма, получим:

$$\varepsilon_2 = \frac{a^{\tau}_{CB}}{BC} = \frac{\overline{n_1 c}\,\mu_l \omega_1^2}{\overline{BC}\,\mu_l}$$

И после сокращения имеем:

$$\varepsilon_2 = \frac{\overline{n_1 c}}{\overline{BC}}\omega_1^2 \text{ (рад/с)} \qquad (7.6)$$

Направление углового ускорения шатуна укажет вектор $\overline{n_1 c}$, мысленно перенесенный из плана ускорений в точку С схемы механизма. В данном случае угловое ускорение шатуна направлено по часовой стрелке, то есть, в сторону противоположную его угловой скорости - это значит, что шатун в данный момент времени движется замедленно.

Угловое ускорение коромысла найдем, как частное от деления тангенциального ускорения точки С на радиус-вектор расположения этой точки на коромысле (размер CD). Заменяя действительные величины их изображениями на плане ускорений и схеме механизма, получим:

$$\varepsilon_3 = \frac{a^{\tau}_{C}}{CD} = \frac{\overline{n_2 c}\,\mu_l \omega_1^2}{\overline{CD}\,\mu_l}$$

И после сокращения имеем:

$$\varepsilon_3 = \frac{\overline{n_2 c}}{\overline{CD}}\omega_1^2 \text{ (рад/с)} \qquad (7.7)$$

Направление углового ускорения коромысла укажет вектор $\overline{n_2 c}$, мысленно перенесенный из плана ускорений в точку С схемы механизма. В данном случае

угловое ускорение коромысла направлено против часовой стрелки, так же, как и его угловая скорость, это значит, что шатун в данный момент времени движется ускоренно.

**Кривошипно-кулисный механизм.**

Схема механизма для заданной позиции строится в масштабе $\mu_l$ (рис. 7.2). Своеобразие этого механизма заключается в наличии совпадающих точек камня и кулисы. Точка В реализована на кривошипе 1 и камне 2 в виде шарнира, связывающего камень с кривошипом. В данный момент времени с этой точкой совпадает воображаемая точка на кулисе 3, то есть, точка, которая никак не реализована, но которая нужна для расчетов и построений. Релятивная скорость $v_{B3B1}$ (или $v_{B3B2}$) – это скорость точки $B_3$ кулисы относительно точки $B_1$ кривошипа (или точки $B_2$ камня). Учитывая, что камень и кулиса совершают друг относительно друга поступательное движение, можно сказать, что релятивная скорость – это скорость кулисы относительно камня.

План скоростей будем строить в масштабе кривошипа $\mu_v=\mu_l\circ\omega_1$ (м/с·мм), при котором изображение вектора скорости точки $B_1$ кривошипа на плане скоростей равно изображению кривошипа на схеме механизма (вывод этого положения смотри в предыдущей лекции). Из полюса *p* плана скоростей проводим вектор скорости точки $B_1$ - $\overline{pb_1}$, равный и перпендикулярный кривошипу $\overline{AB}$, в сторону, соответствующую направлению его вращения: $\overline{pb_1}=\perp\overline{AB}$. (Эти и последующие действия при построении плана скоростей приведены в виде примечаний под планом скоростей на рис. 7.1). Дальнейшие построения производятся по векторному уравнению для скорости совпадающей точки $B_3$ кулисы:

$$\overline{v_{B3}}=\overline{v_{B1}}+\overline{v_{B3B1}}$$

Линия действия скорости $\overline{v_{B3}}$ перпендикулярна кулисе $\overline{BC}$ и так как эта скорость абсолютна, то ее линию действия проводим через полюс плана скоростей. Линия действия релятивной скорости $\overline{v_{B3B1}}$ расположена вдоль кулисы (это скорость кулисы относительно камня), поэтому, выполняя действие графического сложения по векторному уравнению, проводим на плане скоростей через точку $b_1$ прямую, параллельную кулисе $\overline{BC}$. В пересечении этих двух линий действия находится искомая точка $b_3$ , так что, вектор $\overline{pb_3}$ - это вектор абсолютной скорости точки $b_3$ кулисы, а вектор $\overline{b_1b_3}$ - это вектор релятивной скорости. Положение точки d на плане скоростей определим так: точка D расположена на кулисе и находится на продолжении ее участка CD, поэтому, согласно теореме подобия, на плане скоростей точка d будет располагаться на продолжении вектора, а размер вектора скорости точки D определится из пропорции:

$$\frac{\overline{pd}}{\overline{pb_3}}=\frac{\overline{CD}}{\overline{CB}}$$

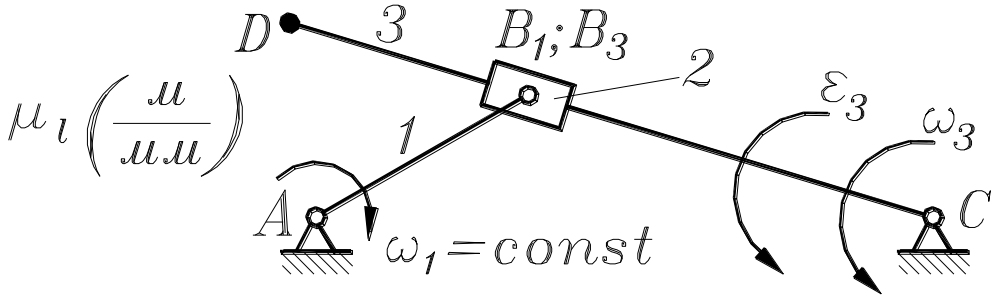
Определим угловую скорость кулисы в указанной позиции механизма:

$$\omega_3=\frac{v_{B3}}{BC}=\frac{\overline{v_{B3}}\,\mu_v}{\overline{BC}\,\mu_l}=\frac{\overline{pb_3}\mu_l\omega_1}{\overline{BC}\,\mu_l}$$

После сокращения получим:

$$\omega_3 = \frac{\overline{pb_3}}{\overline{BC}}\omega_1 \qquad (7.8)$$

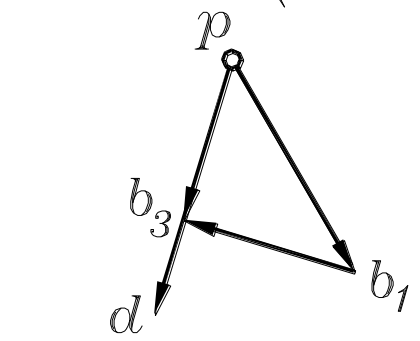
Направление вращения кулисы укажет вектор $\overline{pb_3}$, мысленно перенесенный из плана скоростей в точку $B_3$ кулисы, – против часовой стрелки.

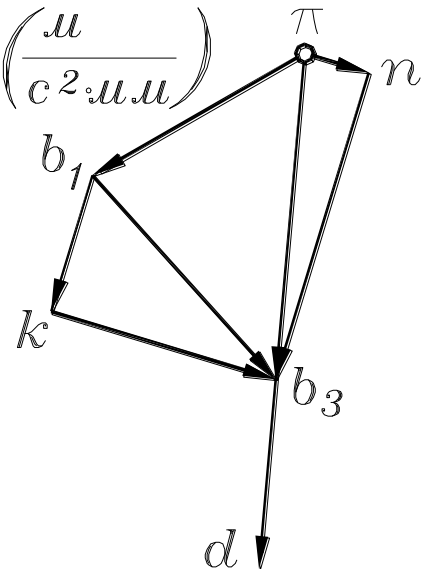



$$\mu_l \left(\frac{м}{мм}\right)$$

$$\mu_a = \mu_l \omega_1^2 \left(\frac{м}{с^2 \cdot мм}\right)$$

$$\mu_v = \mu_l \omega_1 \left(\frac{м}{с \cdot мм}\right)$$




$$\overline{v_{B1}} = \overline{pb_1} = \perp \overline{AB}$$

$$\overline{v_{B3B1}} = \overline{b_1 b_3} \,||\, \overline{BC}$$

$$\overline{v_{B3}} = \overline{pb_3} \perp \overline{BC}$$

$$\overline{v_D} = \overline{pd} \perp \overline{BC}$$

$$\overline{a^n_{B1}} = \overline{\pi b_1} = ||\, \overline{AB}$$

$$\left.\begin{array}{l} \overline{a^k_{B3B1}} = \overline{b_1 k} \perp \overline{BC} \\ \overline{a^\tau_{B3B1}} = \overline{kb_3} \,||\, \overline{BC} \end{array}\right\} \overline{a_{B3B1}} = \overline{b_1 b_3}$$

$$\left.\begin{array}{l} \overline{a^n_{B3}} = \overline{\pi n} \,||\, \overline{BC} \\ \overline{a^\tau_{B3}} = \overline{nb_3} \perp \overline{BC} \end{array}\right\} \overline{a_{B3}} = \overline{\pi b_3}$$

$$\overline{a_D} = \overline{\pi d} \perp \overline{BC}$$

Р

ис. 7.2.

Переходим к плану ускорений. Подобно плану скоростей будем строить его в масштабе кривошипа $\mu_a = \mu_l \cdot \omega^2$ (м/с$^2$·мм), при котором изображение вектора нормального ускорения точки $B_1$ кривошипа на плане ускорений равно изображению кривошипа на схеме механизма (вывод этого положения смотри в предыдущей лекции). Сначала из полюса $\pi$ проводим вектор нормального ускорения точки $B_1$ кривошипа, которое направлено к центру его вращения, то есть, от точки $B_1$ к точке A. По вышеуказанному условию этот вектор будет равен и параллелен изображению кривошипа на схеме механизма, то есть, $\overline{\pi b_1} = \| \overline{AB}$. (Эти и последующие действия

при построении плана ускорений приведены в виде примечаний под планом ускорений на рис. 7.2). Тангенциальное ускорение точки $B_1$ отсутствует, так как $\omega_1 = const$ (рис. 7.2).

Переходим к кулисе. Ускорение совпадающей точки $B_3$ кулисы складывается из ускорения точки $B_1$ кривошипа (или точки $B_2$ камня) и релятивного ускорения, состоящего из кориолисова и тангенциального. С другой стороны, ускорение точки $B_3$ кулисы состоит из нормального и тангенциального абсолютных ускорений. Таким образом, чтобы найти ускорение точки $B_3$ надо решить систему из двух векторных уравнений:

$$\begin{cases} \overline{a_{B3}} = \overline{a_{B1}} + \overline{a^k_{B3B1}} + \overline{a^\tau_{B3B1}} \\ \overline{a_{B3}} = \overline{a^n_{B3}} + \overline{a^\tau_{B3}} \end{cases} \qquad (7.9)$$

Кориолисово ускорение может быть определено по известной из теоретической механики формуле. Найдем его изображение, то есть, длину вектора, который надо отложить на плане ускорений, с учетом (5.1) и (6.3) и (7.8):

$$\overline{a^k_{B3B1}} = \overline{b_1 k} = \frac{a^k_{B3B1}}{\mu_a} = \frac{2\,\omega_3 v_{B3B1}}{\mu_a} = \frac{2\,\overline{pb_3}\,\omega_1\,\overline{b_1 b_3}\,\mu_l\,\omega_1}{\overline{BC}\,\mu_l\,\omega_1^2}$$

После сокращения получим:

$$\overline{b_1 k} = \frac{2\,\overline{pb_3}\,\overline{b_1 b_3}}{\overline{BC}} \text{ (мм)} \qquad (7.10)$$

Выполняя действие графического сложения по первому векторному уравнению системы (7.9), это вектор следует отложить из конца вектора ускорения точки $B_1$, то есть, из точки $b_1$ плана ускорений в сторону, которая определяется следующим правилом: направление вектора кориолисова ускорения указывает вектор релятивной скорости $\overline{b_1 b_3}$ на плане скоростей, повернутый на 90° в сторону вращения кулисы ($\omega_3$ на схеме механизма). Из точки k проводим линию действия тангенциального релятивного ускорения – параллельно кулисе.

Теперь переходим ко второму векторному уравнению. Нормальное ускорение точки С коромысла может быть найдено по известной формуле. Определим его изображение, то есть длину вектора в мм, который надо провести на плане ускорений (с учетом 7.8):

$$\overline{a^n_{B3}} = \overline{\pi n} = \frac{a^n_{B3}}{\mu_a} = \frac{BC\,\omega_3^2}{\mu_l\,\omega_1^2} = \frac{\overline{BC}\,\mu_l\,(\overline{pb_3})^2\,\omega_1^2}{(\overline{BC})^2\,\mu_l\,\omega_1^2}$$

После сокращения получим:

$$\overline{\pi n} = \frac{(\overline{pb_3})^2}{\overline{BC}} \text{ (мм)} \qquad (7.11)$$

Из конца полученного вектора, то есть, из точки n, согласно второму векторному уравнению, проводим линию действия тангенциального ускорения точки $B_3$ кулисы – перпендикулярно к кулисе на схеме механизма (рис. 7.2).

Точка пересечения двух линий действия тангенциальных ускорений является концом векторов тангенциального релятивного ускорения точки $B_3$ кулисы

$\overline{a^{\tau}_{B1B3}} = \overline{kb_3}$ и тангенциального абсолютного ускорения точки $B_3$ кулисы $\overline{a^{\tau}_{B3}} = \overline{nb_3}$.

Кроме того, эта точка является концом искомого вектора полного абсолютного ускорения точки $B_3$ механизма $\overline{a_{B3}} = \overline{\pi b_3}$, полученного в результате графо-аналитического решения системы векторных уравнений (7.9). Сумма векторов $\overline{b_1 k}$ и $\overline{kb_3}$ дает вектор полного релятивного ускорения точки $B_3$ шатуна $\overline{a_{B3B1}} = \overline{b_1 b_3}$.

Используем план ускорений для нахождения углового ускорения кулисы. Это есть частное от деления тангенциального абсолютного ускорения точки $B_3$ на радиус-вектор расположения этой точки на кулисе (размер BC). Заменяя действительные величины их изображениями на плане ускорений и схеме механизма, получим:

$$\varepsilon_3 = \frac{a^{\tau}_{B3}}{BC} = \frac{\overline{nb_3}\,\mu_l \omega_1^2}{\overline{BC}\,\mu_l}$$

И после сокращения имеем:

$$\varepsilon_3 = \frac{\overline{nb_3}}{\overline{BC}}\omega_1^2 \quad \text{(рад/с)} \qquad (7.12)$$

Направление углового ускорения кулисы укажет вектор $\overline{nb_3}$, мысленно перенесенный из плана ускорений в точку B схемы механизма. В данном случае угловое ускорение кулисы направлено против часовой стрелки, то есть, в ту же сторону, что и угловая скорость – это значит, что кулиса в данный момент времени движется ускоренно.

**Контрольные вопросы:**

1. Как составляется векторное уравнение для определения скорости точки коромысла (кулисы)?
2. Напишите векторное уравнение для нахождения ускорения точки коромысла (кулисы).
3. Как определить направление вектора кориолисова ускорения?
4. Как найти направление поворота кулисы в заданной позиции кривошипно-кулисного механизма?

**Лекция № 8**

**Силовой расчет стержневых механизмов. Задачи силового расчета.**

**План лекции:**

1. Задачи силового расчета.
2. Принцип Даламбера.
3. Определение сил инерции и силовых моментов инерции звеньев.
4. Силовой расчет кривошипно-ползунного механизма.

**Цель лекции:**

Изучить силовые расчеты стержневых механизмов и её задачи принципом Даламбера.

**Опорные слова**:

1. Масса - мера инертности тела, совершающего поступательное движение.
2. Момент инерции - мера инертности тела, совершающего вращательное или качательное движение.
3. Принцип Даламбера: если к подвижной механической системе, наряду с внешними силами, приложить силы инерции ее звеньев, то ее можно рассматривать в равновесии.
4. Реакция - сила взаимодействия двух звеньев в кинематической паре.
5. Уравновешивающая сила - сила от двигателя, условно приложенная к кривошипу уравновешивающая всё внешние силы и силы инерции.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 74-79.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 53-59.

Работа реального механизма происходит под действием внешних сил. Внешние силы вызывают появление в механизме внутренних сил, то есть сил, с которыми одни звенья действуют на другие. Силовой расчет имеет целью определение сил взаимодействия звеньев в кинематических парах механизма. Если одно звено действует на второе с определенной силой, то, согласно третьему закону Ньютона, это вызывает противодействие второго звена с такой же силой. Поэтому, силы взаимодействия звеньев в кинематических парах называются силами реакции или просто реакциями и обозначаются буквой R с соответствующими индексами, например, $R_{23}$ – это сила, с которой второе звено действует на первое, а $R_{32}$ – равная и противоположная ей сила.

Знание величин реакций в кинематических парах необходимо для дальнейшего расчета на прочность этих кинематических пар с целью определения их размеров, например, диаметра шарнира, длины направляющих и пр.

Силовой расчет механизмов, как подвижных механических систем, производится с использованием принципа Даламбера: если к подвижной механической системе наряду с внешними силами приложить силы инерции ее звеньев, то такую систему можно рассматривать в равновесии и рассчитывать

методами статики. Рассмотрим сначала методы расчета сил инерции для звеньев, совершающих простые и сложные движения.

Определение сил инерции и силовых моментов инерции звеньев.

В начале заметим, что силы инерции – это фиктивные силы, не существующие в природе, а введенные для удобства расчетов. В реальности дело обстоит так. У тела есть только два естественных состояния – покоя и равномерного прямолинейного движения, при которых на тело не действуют никакие силы. Если эти состояния нарушаются при наложении какой-либо связи, то на тело действует сила реакции связи; эта сила вызывает противодействие, которое и принято называть силой инерции.

Рассмотрим определение сил инерции и силовых моментов инерции для звеньев, совершающих поступательное, вращательное и сложное движения.

Поступательно движущееся звено. Ползун, имеющий массу m, условно сосредоточенную в центре масс, (рис.8.1,а) движется с ускорением a, значит, согласно второму закону Ньютона, к нему приложена сила инерции $F_и$, направленная в сторону, противоположную ускорению. Величина этой силы находится так:

$$F_И = m \circ a \quad (Н)$$

Вращающееся звено. Звено с массой m, условно сосредоточенной в центре масс S (рис. 8.1,б), и моментом I относительно центра масс вращается вокруг неподвижной точки A с угловой скоростью ω и угловым ускорением ε. Следовательно, центр масс имеет нормальное ускорение $a^n$ и тангенциальное ускорение $a^\tau$. Используя второй закон Ньютона можно сказать, что на это звено действуют нормальная и тангенциальная составляющая силы инерции и силовой инерционный момент, причем эти силы и момент направлены в сторону, противоположную соответствующим кинематическим параметрам. Их величины найдем так:

- нормальная сила инерции

$$F_И^n = m a^n = m AS \omega^2 \quad (Н) \qquad (8.1)$$

- тангенциальная сила инерции

$$F_И^\tau = m a^\tau = m AS \varepsilon \quad (Н) \qquad (8.2)$$

- силовой инерционный момент

$$M_И = I \circ \varepsilon \quad (Нм) \qquad (8.3)$$

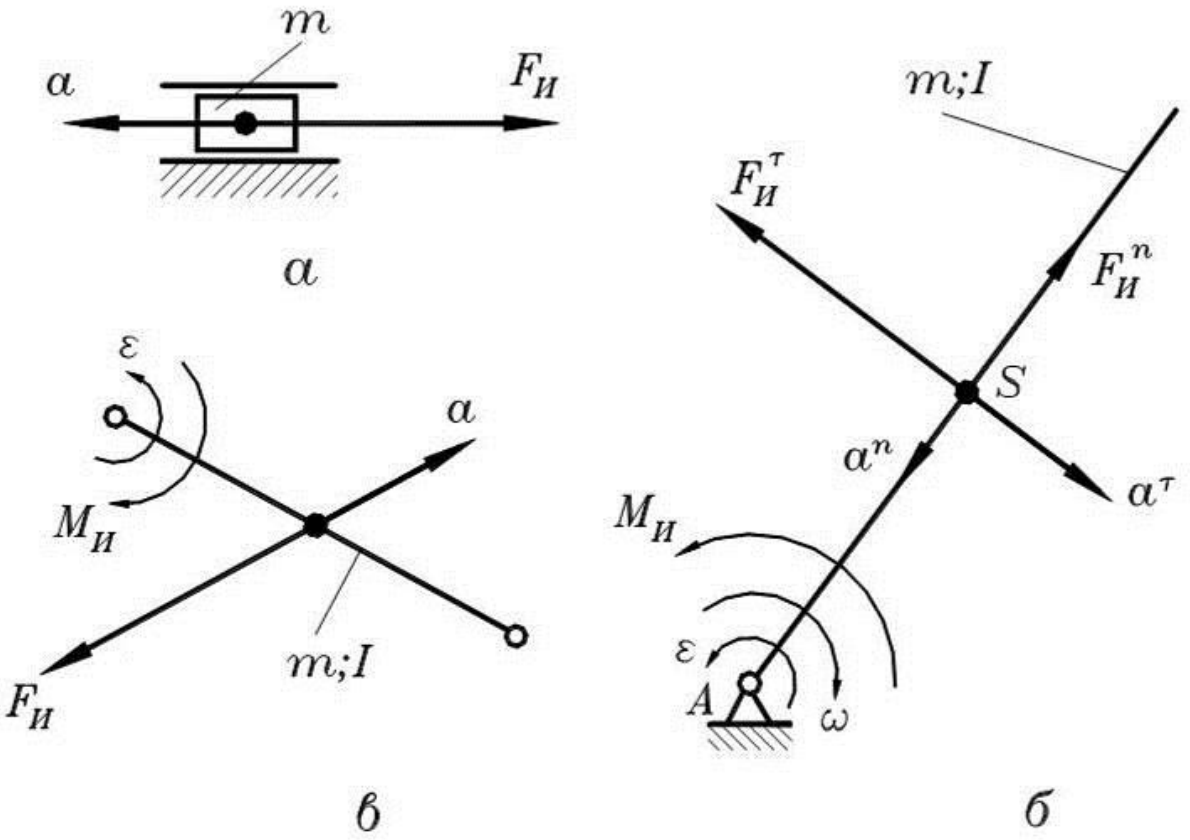



Рис. 8.1.

При рассмотрении вращательного движения звена интерес представляют частные случаи расчета сил инерции и силового инерционного момента, связанные с равенством нулю некоторых геометрических и кинематических параметров звена.

1. Центр масс звена не совпадает с центром вращения, угловая скорость звена постоянна: $AS \neq 0; \omega \neq 0; \varepsilon = 0$ тогда, с учетом (8.1), (8.2) и (8.3), $F_И^n \neq 0; F_И^\tau = 0; M_И = 0$

В этом случае на звено действует только нормальная (центробежная сила инерции).

2. Центр масс звена совпадает с центром его вращения, угловая скорость постоянна (случай равномерного вращения шестерен, шкивов, маховиков или других уравновешенных звеньев): $AS = 0; \omega \neq 0; \varepsilon = 0$, тогда, с учетом (8.1), (8.2) и (8.3), $F_И^n = 0; F_И^\tau = 0; M_И = 0$.

То есть, на такие звенья при их равномерном вращении не действуют никакие силы.

3. Центр масс звена совпадает с центром его вращения, угловая скорость равна нулю, а угловое ускорение существует (момент пуска или останова): $AS = 0; \omega = 0; \varepsilon \neq 0$, тогда, с учетом (8.1), (8.2) и (8.3), $F_И^n = 0; F_И^\tau = 0; M_И \neq 0$.

Звено, совершающее сложное движение в плоскости. Шатун с массой m, сосредоточенной в центре масс, и моментом инерции I относительно центра масс (рис. 8.1в) совершает движение с угловым ускорением ε, следовательно, его центр масс имеет линейное ускорение a. По второму закону Ньютона на этот шатун будет действовать сила инерции и силовой момент инерции, причем их направление

противоположно соответствующим кинематическим параметрам, а величины определятся так:

$$F_И = m \circ a \quad (Н)$$

$$M_И = I \circ \varepsilon \quad (Н \cdot м)$$

Изложенная методика определения сил инерции и силовых инерционных моментов показывает, что для их определения, кроме кинематических параметров (ускорения), необходимо знать инерционные параметры звеньев: их массы m (кг), условно сосредоточенные в центре масс, как меры инертности тел совершающих поступательное движение, и моменты инерции I (кгм$^2$) относительно центра масс, как меры инертности тел совершающих вращательное движение.

Силовой расчет кривошипно-ползунного механизма.

Покажем, как проводится силовой расчет на примере кривошипно-ползунного механизма. Для решения такой задачи необходимо иметь три вида параметров: геометрические (схема механизма в масштабе), кинематические (входной кинематический параметр, планы скоростей и ускорений) и динамические: инерционные (массы и моменты инерции звеньев) и силовые (внешние силы и силовые моменты). Кинематические и инерционные параметры используются для расчета сил и моментов сил инерции.

На рис. 8.2,а показана схема кривошипно-ползунного механизма с параметрами, необходимыми для силового расчета. Геометрические параметры заданы схемой механизма в масштабе $\mu_l$, кинематические – входным кинематическим параметром: постоянной угловой скоростью $\omega_1$ (подразумевается, что планы скоростей и ускорений также построены). Инерционные параметры: масса $m_2$ и момент инерции $I_2$ шатуна, масса $m_3$ ползуна (момент инерции его не задан, так как ползун совершает только поступательное движение); инерционные параметры кривошипа не заданы, так как считается, что он уравновешен, то есть, центр его масс совпадает с центром вращения – в этом частном случае вращательного движения звена, как сказано выше, на него не действуют никакие инерционные силы и моменты. Силовые параметры: входной силовой момент $M_1$, приложенный к кривошипу, сила $F_C$ , приложенная к ползуну (сила полезного сопротивления), силы тяжести шатуна $G_2$ и ползуна $G_3$. Задача силового расчета: определить реакции в шарнирах A, B, C и в направляющей ползуна.

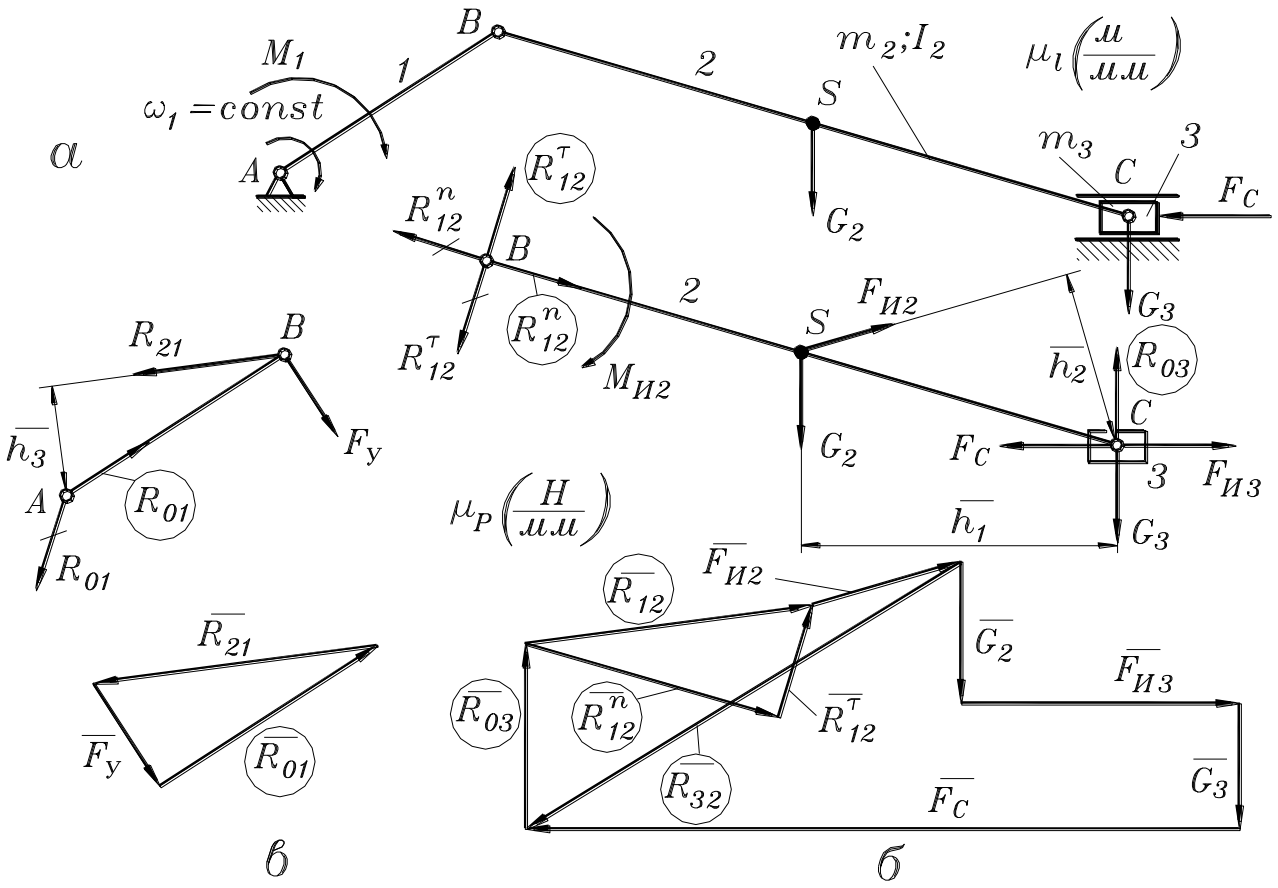



Рис. 8.2

Задача решается не для механизма в целом, а для, так называемых, статически определимых групп звеньев этого механизма – это такие группы подвижных звеньев, для которых количество неизвестных (реакций) меньше или равно числу уравнений (в данном случае, числу условий статического равновесия), по которым эти неизвестные могут быть определены. Для простейших четырехзвенных стержневых механизмов это группы “шатун – ползун” и “кривошип” (группа, состоящая из одного звена) в случае кривошипно-ползунного механизма, “шатун – коромысло” и “кривошип” – для кривошипно-коромыслового и “кулиса – камень” и “кривошип” – для кривошипно-кулисного.

Рассмотрим равновесие группы “шатун – ползун” (рис. 8.2б). На нее действуют внешние силы $G_2$, $G_3$ и $F_C$, силы инерции $F_{И2}$, $F_{И3}$ и силовой

инерционный момент $M_{И2}$. Отсутствие кривошипа компенсируется реакцией $R_{12}$, то есть силой, с которой кривошип 1 действует на шатун 2; эта реакция условно разложена на две составляющие: нормальную, действующую вдоль шатуна, и тангенциальную, перпендикулярную к шатуну; на рис. 8.2,б эти реакции показаны, как $R^n_{12}$ и $R^\tau_{12}$ без окружностей. Направление реакций выбрано произвольно, дальнейший расчет покажет их действительное направление. Отсутствие стойки компенсируется реакцией $R_{03}$, то есть силой, с которой направляющая действует на ползун; эта реакция условно приложена к точке С ползуна и предварительно направлена вверх.

Для нахождения реакций используем два условия статики: равенство нулю суммы моментов всех сил и равенство нулю суммы всех векторов сил. Первое условие используем для расчета реакции $R^\tau_{12}$, поэтому запишем уравнение моментов относительно точки С, предварительно условившись, что момент, направленный против часовой стрелки положителен, а по часовой стрелки – отрицателен:

$$\sum M_C = R_{12}^{\tau}\,\overline{BC}\,\mu_l - M_{И2} + G_2\,\overline{h_1}\,\mu_l - F_{И2}\,\overline{h_2} = 0$$

Из этого уравнения можно найти величину реакции $R^{\tau}_{12}$. Легко видеть, что в зависимости от величин членов уравнения результат может получиться положительным или отрицательным. Если результат положителен, то предварительно заданное направление этой реакции правильно, если отрицателен, то это направление следует изменить на противоположное, Допустим, результат отрицателен, то есть,

$$R_{12}^{\tau} = \frac{M_{И2} - G_2 h_1 \mu_l + F_{И2} h_2}{BC\,\mu_l} \quad (\text{Н}) < 0$$

На рис. 8.2,б вектор $R^{\tau}_{12}$ зачеркиваем и проводим противоположный ему вектор, обозначение которого берем в окружность.

Для нахождения двух реакций $R^{n}_{12}$ и $R_{03}$, линии действия которых известны, используем второе условие статики – графическая сумма сил равна нулю $\sum \overline{F} = 0$, причем начинать эту сумму надо с одной неизвестной величины, а заканчивать другой:

$$\overline{R_{12}^{n}} + \overline{R_{12}^{\tau}} + \overline{F_{И2}} + \overline{G_2} + \overline{F_{И3}} + \overline{G_3} + \overline{F_C} + \overline{R_{03}} = 0$$

Последовательность других сил может быть произвольной, на при этом надо избегать случаев наложения векторов друг на друга. Векторный силовой многоугольник строим в произвольном масштабе сил $\mu_F$ (Н/мм), как показано на рис. 8.2,б. Сначала проводим линию действия реакции $R^{n}_{12}$ параллельно шатуну. Из произвольной точки этой линии, считая, что эта точка есть конец будущего вектора, проводим вектор силы $R^{\tau}_{12}$, а затем, один за другим, все остальные векторы. Из конца вектора силы $F_C$ проводим вертикаль линии действия реакции $R_{03}$. Две линии действия – реакции $R^{n}_{12}$ и реакции $R_{03}$, пересекутся в точке, которая будет концом вектора реакции $R_{03}$ и началом вектора реакции $R^{n}_{12}$. Обозначения этих векторов взяты в окружности, как найденные неизвестные. Сумма нормальной и тангенциальной составляющих даст вектор полной реакции $R_{12}$. Реакция в шарнире С, то есть сила, с которой ползун 3 действует на шатун 2 – $R_{32}$, может быть найдена, как сумма векторов сил действующих на ползун (рис. 8.2,б):

$$\overline{R_{32}} = \overline{F_{И3}} + \overline{G_3} + \overline{F_C} + \overline{R_{03}}$$

Чтобы найти реакцию в шарнире А, то есть силу, с которой стойка действует на кривошип 1 – $R_{01}$, следует рассмотреть равновесие кривошипа (рис. 8.2,в). На него действует внешний момент $M_1$ (рис. 8.2,а), реакция со стороны шатуна $R_{21}$ и неизвестная реакция $R_{01}$, которую предварительно прикладываем к точка А кривошипа в произвольном направлении. Для удобства расчетов заменим внешний момент $M_1$ силой, действующей на кривошип в точке В и перпендикулярной ему. Эта сила должна уравновешивать реакцию со стороны шатуна, поэтому она называется уравновешивающей – $F_У$. Ее величина определится из условия равенства нулю суммы моментов сил относительно точки А (рис. 6.2,в):

$$\sum M_A = R_{21}\,\overline{h_3} - F_У\,\overline{AB} = 0$$

$$F_У = \frac{R_{21}\,\overline{h_3}}{\overline{AB}}$$

Реакцию $R_{03}$ найдем из условия равенства нулю векторной суммы сил:

$$\sum \overline{F} = \overline{R_{21}} + \overline{F_У} + \overline{R_{03}} = 0$$

Для этого, строим силовой многоугольник в масштабе сил (рис. 8.2,в). Сначала один за другим проводим векторы сил $R_{21}$ и $F_y$, а замыкающим является искомый вектор реакции $R_{03}$.

Силовой расчет шарнирных и кулисных механизмов проводится аналогично.

**Контрольные вопросы:**

1.Каковы задачи силового расчета стержневых механизмов?

2. Каков метод силового расчета механизмов?

3. Как определить силы инерции звеньев, совершающих поступательное, вращательное и сложное движения?

4. Как объяснить феномен наличия ускорения и отсутствия скорости при движении звеньев?

5. На какие группы делится механизм при силовом расчете?

6. Какие условия статики используются при силовом расчете механизмов?

7. Как определить реакцию в кинематической паре?

## Лекция № 9
## Проектирование кривошипно-ползунного механизма.

**План лекции:**

1. Виды проектирования.
2. Проектирование кривошипно-ползунного механизма по вредней скорости ползуна.
3. Условие существования кривошипа.

**Цель лекции:**

Научиться проектировать кривошипно-ползунный механизм по средней скорости ползуна.

**Опорные слова:**

1. Проектирование стержневых механизмов - это определение длин его звеньев и расположения неподвижных точек, исходя из заданных требований.
2. Коэффициент изменения средней скорости - это отношение средних скоростей холостого и рабочего ходов выходного звена, совершающего возвратно-поступательное или качательное движение.
3. Условие существования кривошипа - это такое соотношение длин звеньев, при котором самое короткое звено может совершать полный оборот.
4. Угол давления - это острый угол между вектором силы и вектором скорости точки приложения этой силы.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 79-85.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 60-62.

Различают три вида проектирования механизмов на схемном уровне:

- структурное;
- кинематическое или геометрическое;
- динамическое.

Структурное проектирование – это разработка структурной схемы механизма, то есть, схемы механизма без определения размеров его звеньев.

Кинематическое (геометрическое) проектирование предусматривает определение размеров звеньев механизма заданного типа по заданным геометрическим и кинематическим параметрам.

При динамическом проектировании учитываются и динамические (силовые и инерционные) параметры механизма.

О структурных схемах простейших стержневых механизмов было достаточно сказано в лекции № 4. Динамическое проектирование используется лишь для некоторых специальных случаев. Так что, в основном, производится кинематическое проектирование, которое достаточно разработано.

Различают следующие виды кинематического проектирования:

- по заданным положениям входного и выходного звеньев;
- по средней скорости выходного звена;
- по коэффициенту изменения средней скорости выходного звена;
- другие виды.

При любом виде проектирования механизмов необходимо соблюдение некоторых конструктивных условий, в частности, для механизмов с кривошипами надо соблюдать условие существования кривошипа, о чем будет сказано ниже.

Рассмотрим некоторые виды кинематического проектирования.

## Проектирование центрального кривошипно-ползунного механизма по средней скорости ползуна.

В этом случае, исходные данные следующие:

- средняя скорость ползуна $v_{3ср}$ (м/с);
- частота вращения кривошипа $n_1$ (об/мин);
- отношение длин шатуна и кривошипа $\lambda=l_2/l_1$

Требуется найти длину кривошипа.

При работе центрального кривошипно-ползунного механизма 1-2-3 (рис. 9.1) он проходит два мертвых положения, характеризующиеся тем, что кривошип и шатун находятся на одной прямой – положения АВ’С’ и АВ"С" на рис. 9.1, а ползун занимает крайние позиции. Из рассмотрения схемы механизма можно сделать два вывода: во-первых, ползун переместится из левой крайней позиции в правую крайнюю за время поворота кривошипа на $180^0$, то есть, на половину оборота, из позиции АВ’ в позицию АВ”; во-вторых, длина хода ползуна равна удвоенной длине кривошипа. Таким образом, справедливы равенства:

$$H=v_{3ср}t \qquad (9.1)$$

где t – время поворота кривошипа на половину оборота.

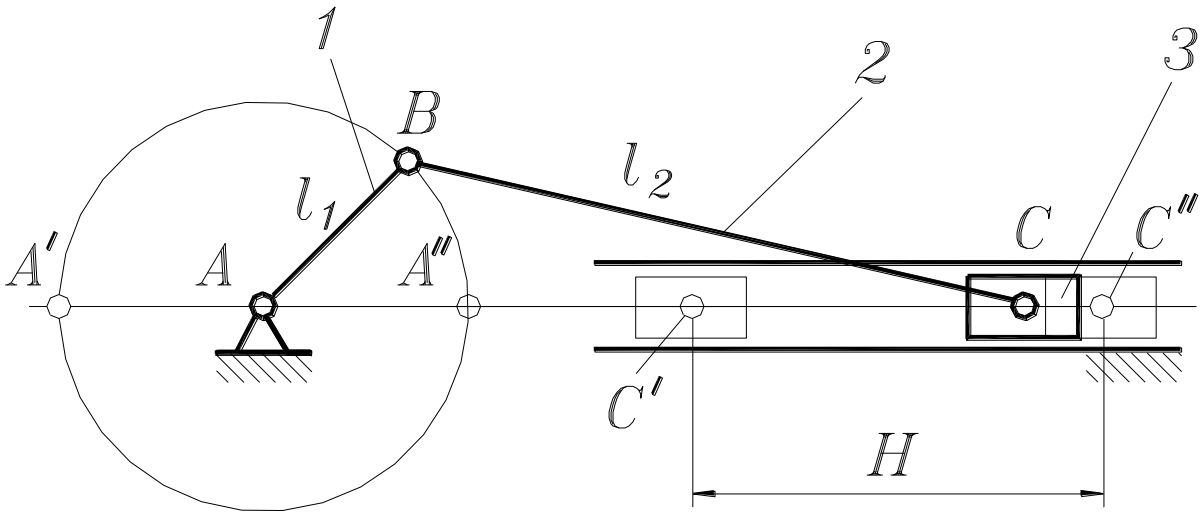



Рис. 9.1

$$l_1=0,5H \qquad (9.2)$$

Чтобы найти время поворота кривошипа на половину оборота, достаточно составить и решить пропорцию: кривошип совершает n оборотов за одну минуту–60 секунд, а половину оборота он совершит за t секунд:

*n–60*

*0,5–t*

Отсюда

$$t = \frac{0{,}5 \cdot 60}{n} \quad \text{(с)} \qquad (9.3)$$

Подставив (9.3) в (9.1) получим:

$$H = \frac{30 v_{3ср}}{n} \quad \text{(м)} \qquad (9.4)$$

Подставив (9.4) в (9.2) найдем длину кривошипа:

$$l_1 = \frac{15 v_{3ср}}{n} \quad \text{(м)}$$

Длина шатуна:

$$l_2 = l_1 \odot \lambda \quad \text{(м)}$$

**Контрольные вопросы:**

1. Какие существуют виды проектирования стержневых механизмов?
2. В чем заключается проектирование кривошипно-ползунного механизма по средней скорости ползуна?
3. Что такое коэффициент изменения средней скорости выходного звена стержневого механизма?
4. Какие геометрические параметры определяются при кинематическом проектировании стержневых механизмов?
5. Что такое угол давления и как он учитывается при проектировании стержневых механизмов?

## Лекция № 10
## Проектирование кривошипно-кулисного механизма.

**План лекции:**

1. Проектирование кривошипно-кулисного механизма по коэффициенту изменения средней скорости.
2. Условие существования кривошипа.

3. Проектирование коромыслово-кулисного механизма с учетом углов давления.

**Цель лекции:**

Научится проектировать кривошипно-кулисные механизмы по коэффициенту изменения средней скорости.

**Опорные слова:**

1. Проектирование стержневых механизмов - это определение длин его звеньев и расположения неподвижных точек, исходя из заданных требований.
2. Коэффициент изменения средней скорости - это отношение средних скоростей холостого и рабочего ходов выходного звена, совершающего возвратно-поступательное или качательное движение.
3. Условие существования кривошипа - это такое соотношение длин звеньев, при котором самое короткое звено может совершать полный оборот.
4. Угол давления - это острый угол между вектором силы и вектором скорости точки приложения этой силы.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 52-65.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 62-68.

Проектирование кривошипно-кулисного механизма по коэффициенту изменения средней скорости кулисы.

Кривошипно-кулисный механизм (рис. 10.1) преобразует равномерное вращательное движение кривошипа 1 в качательное движение кулисы 3 с переменной скоростью. За один оборот кривошипа кулиса совершает одно качательное движение, то есть, движение поворота в направлении часовой стрелки на угол β и на тот же угол в обратном направлении. При указанном на схеме направлении вращения кривошипа, поворот кулисы в направлении часовой стрелки из положения CD’ в положение CD” соответствует повороту кривошипа на угол ($180^0$+β). Движение кулисы в обратном направлении, то есть, из положения CD” в положение CD’ соответствует повороту кривошипа на угол ($180^0$-β). Из этого следует, что поворот кулисы в направлении часовой стрелки происходит с меньшей средней угловой скоростью, а ее поворот в обратном направлении – с большей. Обычно, в подобных случаях, движение звена с меньшей скоростью называют рабочим ходом (рх на рис. 10.1), а с большей скоростью – холостым ходом (хх на рис. 10.1). Или говорят: прямой ход и обратный ход.

Исходные данные для этого случая следующие:

- коэффициент изменения средней скорости кулисы – отношение средних скоростей холостого и рабочего хода;
- расстояние между центром вращения кривошипа и точкой качания кулисы H.

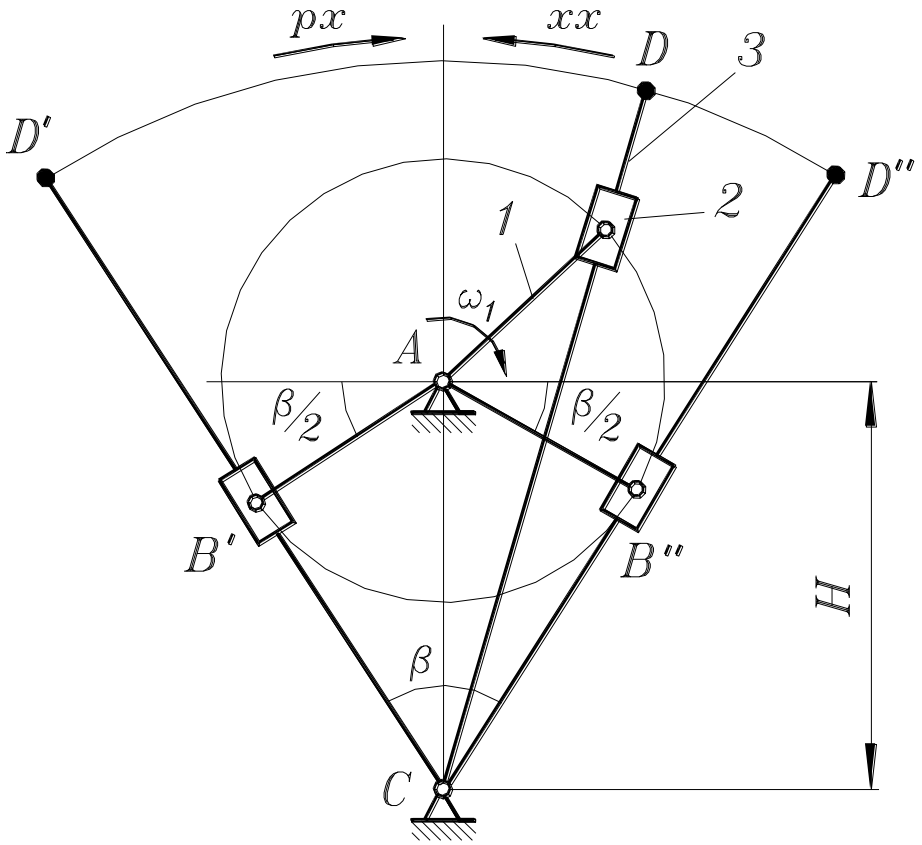



Рис. 10.1.

Требуется найти длину кривошипа. Коэффициент изменения средней скорости кулисы:

$$k = \frac{\omega_{3x}}{\omega_{3p}} > 1 \qquad (10.1)$$

где: $\omega_{3x}$ – средняя угловая скорость кулисы на холостом ходу;

$\omega_{3p}$ – средняя угловая скорость кулисы на рабочем ходу.

Средние угловые скорости кулисы найдем так:

$$\omega_{3x} = \frac{\beta}{t_x} \qquad \omega_{3p} = \frac{\beta}{t_p};$$

Так как время поворота кулисы при рабочем и холостом ходу равно времени поворота кривошипа на углы ($180^0+\beta$) и ($180^0-\beta$), то:

$$t_x = \frac{180-\beta}{\omega_1} \qquad t_p = \frac{180+\beta}{\omega_1};$$

Подставив эти выражения в предыдущие, получим:

$$\omega_{3x} = \frac{\beta\,\omega_1}{(180-\beta)}; \quad \omega_{3p} = \frac{\beta\,\omega_1}{(180+\beta)}$$

Подставив эти выражения в (10.1), получим формулу для расчета коэффициента изменения средней скорости:

$$k = \frac{180+\beta}{180-\beta} \qquad (10.2)$$

Решив (10.2) относительно $\beta$ получим выражение для расчета угла качания кулисы по заданному коэффициенту изменения средней скорости k:

$$\beta = 180\frac{k-1}{k+1} \qquad (10.3)$$

Длину кривошипа найдем из прямоугольного треугольника АВ’С по заданному Н и значению β, рассчитанному по выражению (10.3):

$$l_1 = H\sin\frac{\beta}{2} = H\sin 90\frac{k-1}{k+1}$$

Условие существования кривошипа.

При проектировании механизмов, содержащих кривошип, надо учитывать, что кривошип – это звено, совершающее полный оборот. Наличие такого звена в механизме возможно при соблюдении определенных условий. Рассмотрим условия существования кривошипа для различных простейших стержневых механизмов.

Кривошипно-ползунный механизм.

Различают центральный кривошипно-ползунный механизм, в котором линия движения ползуна проходит через центр вращения кривошипа, и не центральный или, говорят, эксцентричный (дезаксиальный).

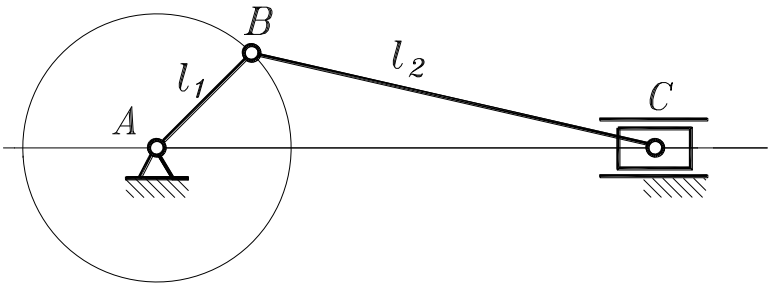



Рис. 10.2

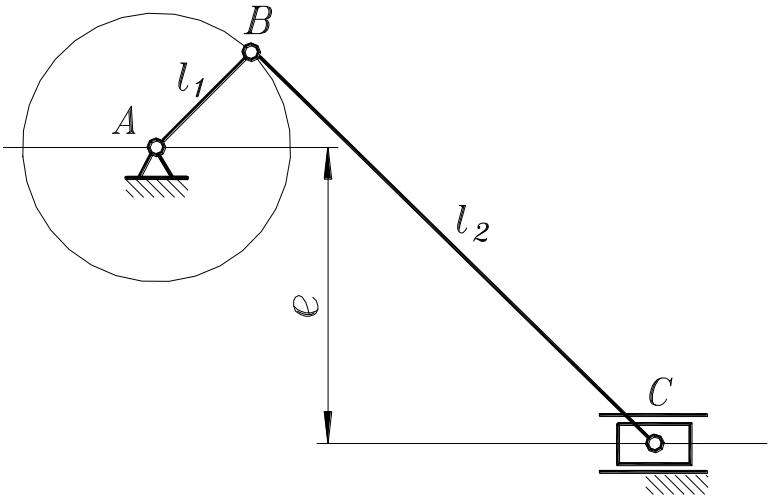



Рис. 10.3

В центральном механизме, как это видно из рис. 10.2, для того, чтобы звено АВ было кривошипом, то есть, проворачивалось на полный оборот, следует выполнить ВС большим, чем АВ:

$$l_2 > l_1$$

В нецентральном механизме линия движения ползуна не проходит через центр вращения кривошипа, а находится на некотором расстоянии от него, называемом эксцентриситетом $e$ (рис. 10.3). В этом случае, чтобы звено АВ было кривошипом, следует выполнить ВС большим, чем сумма АВ и $e$:

$$l_2 > l_1 + e$$

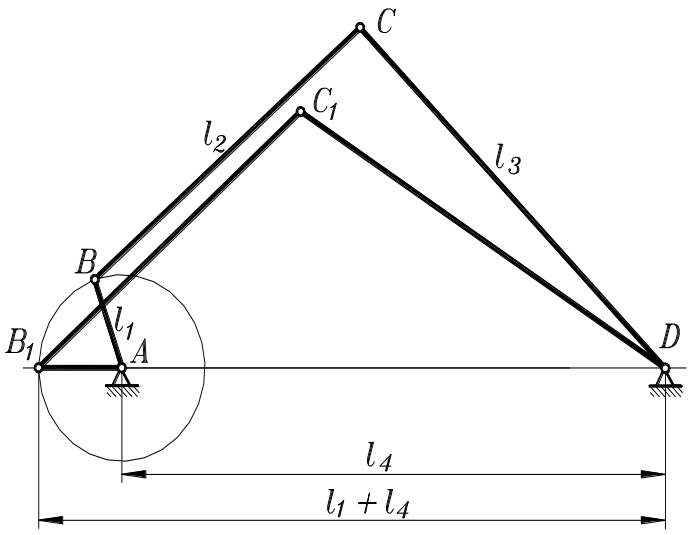



Рис. 10.4

Кривошипно-коромысловый механизм.

Схема такого механизма показана на рис. 10.4, причем соблюдено условие:

$$l_1 < l_2 < l_3 < l_4$$

Условие существования кривошипа найдем, рассмотрев положение $AB_1C_1D$, при котором кривошип располагается на линии, соединяющей неподвижные точки. Рисунок показывает: чтобы звено АВ могло проворачиваться, то есть, быть кривошипом, размеры звеньев должны быть таковы, чтобы точка $C_1$ в показанной позиции не находилась на прямой AD, то есть, чтобы фигура $B_1C_1D$ всегда была треугольником. Это возможно при следующем условии:

$$l_1 + l_4 < l_3 + l_2$$

Отсюда следует условие существования кривошипа: в шарнирном четырехзвенном механизме самое короткое звено может быть кривошипом, если сумма самого короткого и самого длинного звеньев меньше суммы двух остальных звеньев.

Кривошипно-кулисный механизм.

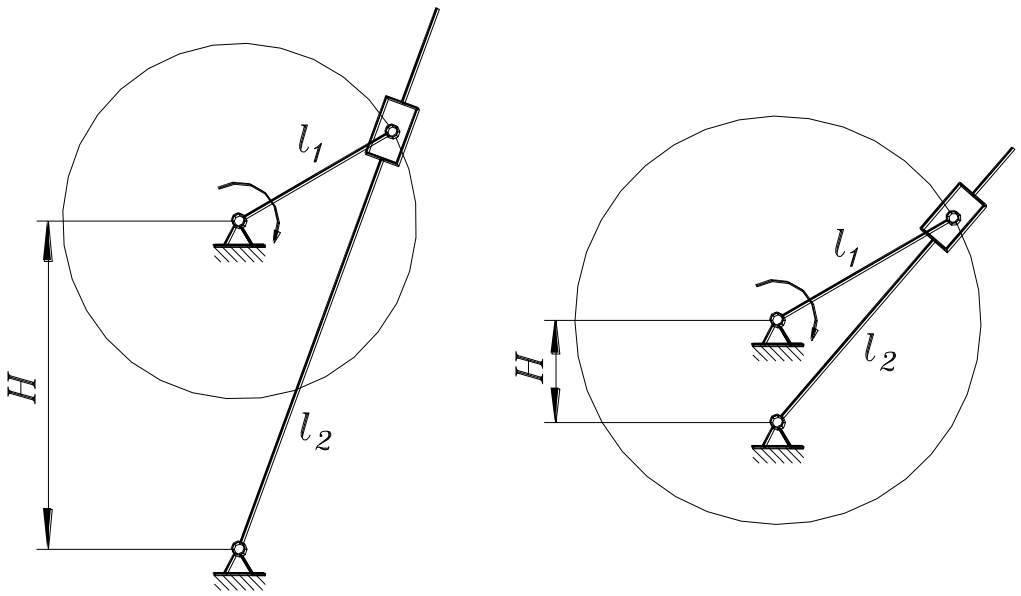
Различают кривошипно-кулисные механизмы с качающейся и с вращающейся кулисой. У кривошипно-кулисного механизма с качающейся кулисой (рис. 10.5,а) расстояние Н между центром вращения кривошипа и точкой качания кулисы больше длины кривошипа $l_1$ ($H > l_1$), а у кривошипно-кулисного механизма с вращающейся кулисой (рис. 10.5,б) это расстояние меньше длины кривошипа ($H < l_1$). Таким образом, условием существования кривошипа в кулисных механизмах с качающейся или вращающейся кулисой является выражение:

$$H \neq l_1$$

При проектировании некоторых механизмов необходимо соблюдение условия передачи усилий между звеньями, что учитывается при помощи допустимых углов давления. Рассмотрим это на примере.

Проектирование коромыслово-кулисного механизма с учетом допустимых углов давления.

Угол давления – это острый угол между вектором силы и вектором скорости точки приложения этой силы, как это показано на рис. 10.6,а. Из рисунка видно, что наилучшее условие передачи силы имеет место в том случае, когда линии действия силы и скорости совпадают, то есть, $\alpha=0$. Чем больше угол давления, тем хуже условие передачи силы, так как ее составляющая, способствующая движению звена, становится меньше, а составляющая, препятствующая движению (проходящая через цент поворота звена А на рис. 10.6,а) – больше. Эта составляющая препятствует движению, так как вызывает трение в шарнире А. Когда $\alpha=90^0$ движение становится невозможным; это без учета трения в шарнире А. Если же его учитывать, то передача силы и движение звена становится невозможным при угле давления меньшем $90^0$ на угол трения (обычно угол трения $\varphi_т=(3–5)^0$ в зависимости от трущихся материалов и смазки).




*а* *б*

Рис. 10.5

Во время работы стержневых механизмов значение угла давления при передаче силы от одного звена к другому изменяется, но не должно превосходить величины допустимого угла давления $[\alpha]$, назначаемого при проектировании механизма. Рассмотрим, как учитывается этот угол при проектировании механизма с качающимся гидроцилиндром, который показан на рис. 10.6,б в виде механизма опрокидывания кузова. При его проектировании должны учитываться условия передачи силы от штока 2 гидроцилиндра 3 к кузову 1. Эти условия могут меняться в зависимости от места расположения точки С качания гидроцилиндра.

Методика определения положения точки качания гидроцилиндра приведена на рис. 10.6, в. Исходные данные следующие:

- длина звена АВ;

- угол поворота звена АВ, то есть, его крайние позиции АВ’ и АВ”;

- минимальное расстояние между точкой качаний гидроцилиндра и точкой В, то есть $BC_{min}$;

-допустимый угол давления [α] в точке В.

Требуется определить положение точки С качания гидроцилиндра.

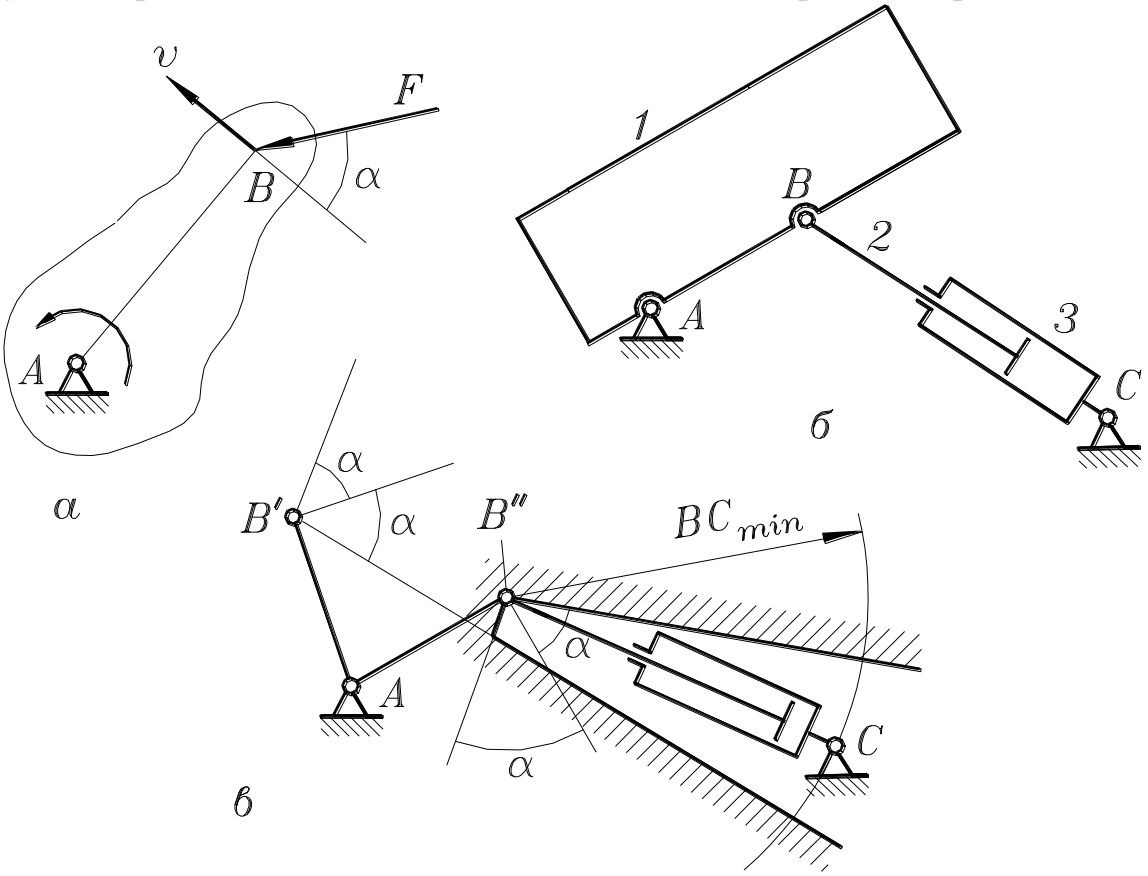



Рис. 10.6

Наиболее сложные условия передачи усилий имеют место в крайних позициях механизма, поэтому сделаем необходимые построения для позиций АВ’ и АВ” звена. Шток гидроцилиндра будет присоединен к звену АВ в точке В, значит, сила от гидроцилиндра будет передаваться звену в этой точке. Вектор силы может образовывать с вектором скорости точки В любой угол, но в пределах допустимого угла давления. Через точку В’ проведем линию действия скорости этой точки – перпендикуляр к звену, и отложим от этой линии углы [α] в направлении часовой стрелки и в противоположном направлении с той стороны звена, в которой будет находиться точка С качания гидроцилиндра. Внутри этого двойного угла может находиться вектор силы гидроцилиндра, или отрезок В’С, соединяющий точку В’ с точкой качания гидроцилиндра. Сделав аналогичное построение в точке В”, увидим, что два двойных угла [α], отложенных из точек В’ и В”, накладываются друг на друга и имеют общую зону – граница этой зоны заштрихована на рис. 10.6,в. Если сила, передаваемая от гидроцилиндра звену через точку В, будет находиться внутри этой зоны, то условия передачи этой силы будут благоприятны для обеих крайних позиций звена. Значит, внутри этой зоны может располагаться точка качания гидроцилиндра на расстоянии $BC_{min}$ от точки В’. Конкретное место точки С на дуге с радиусом $BC_{min}$ задается конструктивными условиями, а если они отсутствуют, то выбирается произвольно.

**Контрольные вопросы:**

1. Какие существуют виды проектирования стержневых механизмов?
2. В чем заключается проектирование кривошипно-ползунного механизма по средней скорости ползуна?
3. Что такое коэффициент изменения средней скорости выходного звена стержневого механизма?
4. Какие геометрические параметры определяются при кинематическом проектировании стержневых механизмов?
5. Что такое угол давления и как он учитывается при проектировании стержневых механизмов?

## Лекция № 11
## Кулачковые механизмы.

### План лекции:

1. Определение кулачкового механизма.
2. Классификация кулачковых механизмов по конструктивным признакам.
3. Геометрические и кинематические параметры простейшего кулачкового механизма.
4. Профильные и фазовые углы.

### Цель лекции:

В кулачковых механизмах движение звеньев определяется формой входного звена, называемого кулачком; звено, контактирующее с кулачком, называется толкателем. Кулачок 1, имеющий определенную форму - профиль, вращается вокруг неподвижной точки; с кулачком контактирует толкатель 2, имеющий возможность совершать возвратно-поступательное движение по неподвижным направляющим, Научиться определять характер движения толкателя профилем кулачка.

### Опорные слова:

1. Кулачковый механизм - это механизм, в котором характер движения звеньев определяется формой входного звена, называемого кулачком.
2. Толкатель - это звено, контактирующее с кулачком.
3. Замыкание кулачкового механизма - обеспечение постоянства контакта между толкателем и кулачком
4. Профильные углы - это центральные углы кулачка, определяющие характерные участки его профиля.
5. Фазовые углы - это углы поворота кулачка, соответствующие фазам движения толкателя.

### Литература:

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 52-65.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 69-77.

В кулачковых механизмах движение звеньев определяется формой входного звена, называемого кулачком; звено, контактирующее с кулачком, называется толкателем. На рис. 11.1а приведена схема одного из простейших кулачковых механизмов. Кулачок 1, имеющий определенную форму – профиль, вращается вокруг неподвижной точки; с кулачком контактирует толкатель 2, имеющий возможность совершать возвратно-поступательное движение по неподвижным направляющим. Характер движения толкателя определяется профилем кулачка. Во всех

последующих примерах кулачок будет обозначаться цифрой 1, а толкатель – цифрой 2.

Классификация кулачковых механизмов

Чтобы разобраться во всем многообразии схем кулачковых механизмов, удобно воспользоваться их классификацией по характерным признакам. При этом следует помнить, что любая классификация относительна, то есть, не может быть совершенно полной, а может быть видоизменена или дополнена при выявлении новых признаков классифицируемых процессов, явлений или механизмов. Здесь будем различать кулачковые механизмы по шести признакам.

1. По объемному признаку:

а) плоские;

б) пространственные.

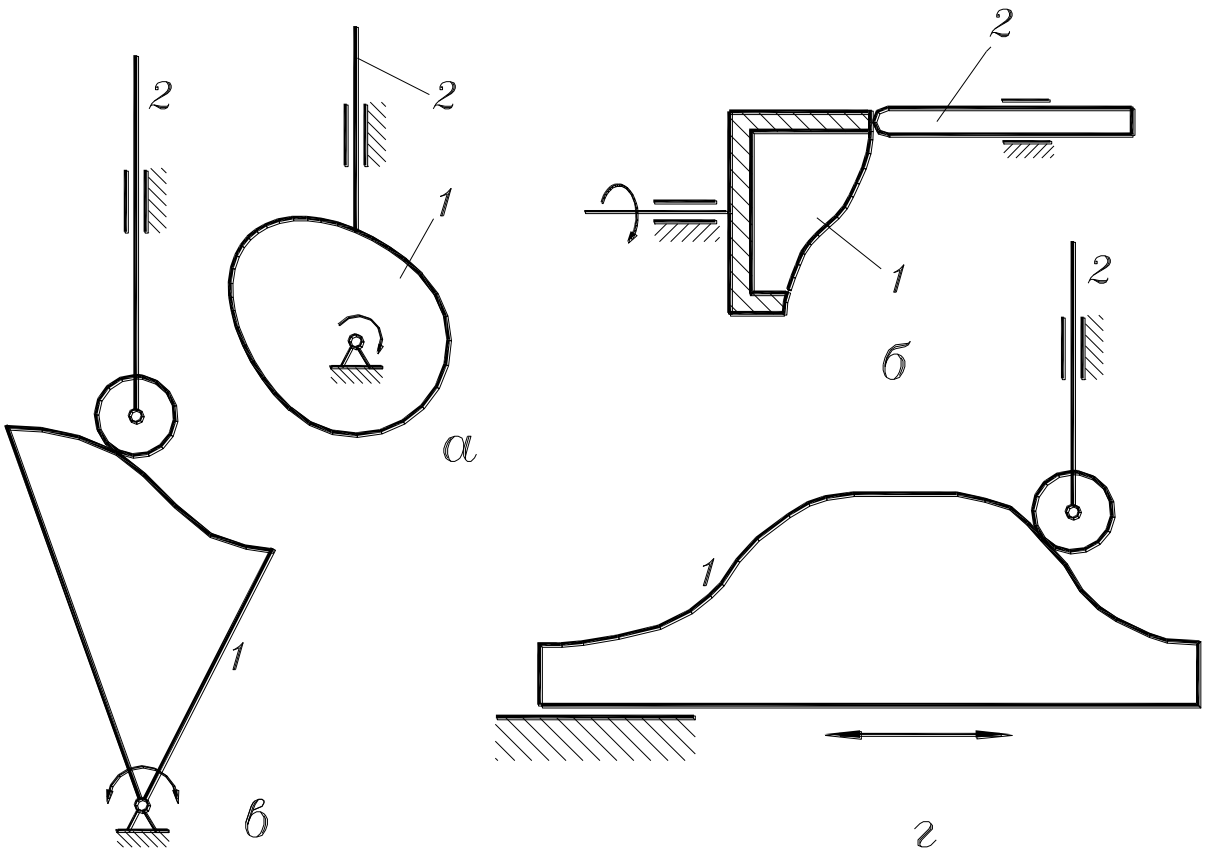



Рис. 11.1.

В плоском кулачковом механизме звенья движутся в одной или параллельных плоскостях (рис. 11.1,а), а если это условие не соблюдается, то механизм является пространственным. Один из таких механизмов показан на рис. 11.1,б: кулачок 1 представляет собой стакан, край которого срезан определенным образом и образует профиль кулачка. Кулачок вращается в плоскости, перпендикулярной изображению, а толкатель 2 движется в плоскости изображения.

2. По характеру движения кулачка:

а) с вращающимся кулачком;

б) с качающимся кулачком;

в) с поступательно движущимся кулачком.

Кулачковые механизмы на рис. 11.1,а и 11.1,б имеют вращающийся кулачок. На рис. 11.1,в показана схема кулачкового механизма с качающимся кулачком: кулачок представляет собой сектор, имеющий возможность качаться относительно неподвижной точки. На рис. 11.1,г приведена схема кулачкового механизма с

поступательно движущимся кулачком, этот кулачок совершает возвратно-поступательное движение по неподвижным направляющим.

3. По характеру движения толкателя:

а) с поступательно движущимся толкателем;

б) с качающимся толкателем;

в) с толкателем, совершающим сложное движение.

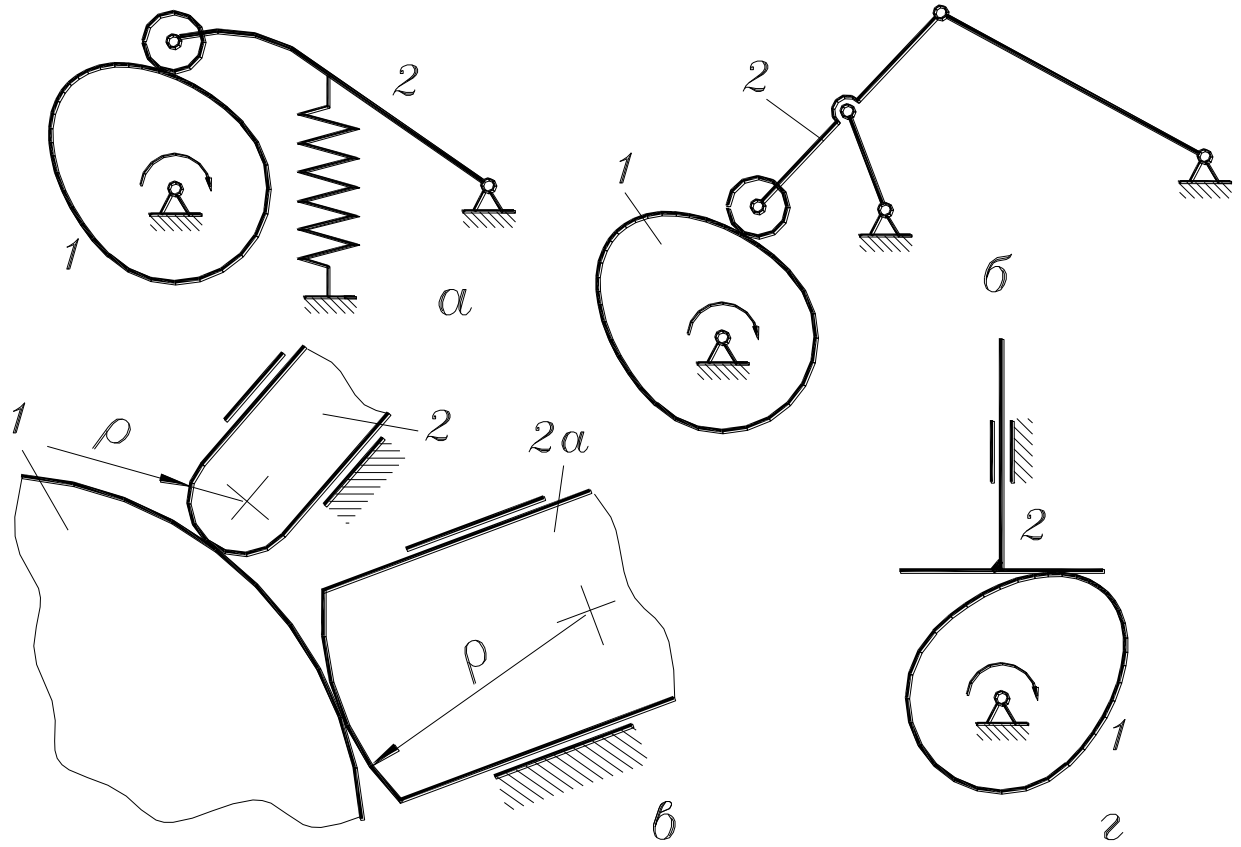



Рис. 11.2.

Все кулачковые механизмы, схемы которых показаны на рис. 11.1 имеют поступательно движущиеся толкатели. На рис. 11.2,а приведена схема кулачкового механизма с качающимся толкателем: толкатель 2 имеет возможность качаться относительно неподвижной точки, а характер его движения зависит от профиля кулачка 1. Схема кулачкового механизма, толкатель которого совершает сложное движение, показана на рис. 11.2,б. Толкатель 2 является шатуном стержневого шарнирного механизма, и траектории движения его точек зависят от размеров звеньев этого механизма, а характер его движения, то есть, скорости и ускорения определяются профилем кулачка 1.

4. По конструкции толкателя – имеется в виду часть толкателя, контактирующая с кулачком:

а) с остроконечным толкателем;

б) с закругленным толкателем;

в) с плоским толкателем;

г) с роликовым толкателем.

Схема кулачкового механизма с остроконечным толкателем дана на рис. 11.1,а, с закругленным – на рис. 11.2,а. В обоих этих случаях в контакте толкателя с кулачком имеет место высшая кинематическая пара, и теоретически контакт происходит в точке. Однако, в действительности, в результате упругого сжатия элементов кинематической пары при передаче усилия от кулачка к толкателю, на

контактирующих поверхностях образуются площадки контакта, и чем больше эта площадка, тем лучше условия передачи усилий, то есть, условия работы кулачкового механизма. У кулачкового механизма на рис. 11.1,а эти условия наихудшие, так как конец толкателя выполнен острым. Такой кулачковый механизм не может применяться для передачи больших усилий, он используется только в измерительных системах, так как обладает свойством наиболее точно отслеживать профиль кулачка.

Кулачковые механизмы, имеющие закругленный толкатель (рис. 11.1,б), используются в качестве силовых, причем, чем больший радиус кривизны закругленной части толкателя, тем большая площадка образуется в контактной зоне и тем лучше условия передачи усилий. На рис. 11.2,в показаны два закругленных толкателя, контактирующие с кулачком 1. У толкателя 2а радиус кривизны $\rho$ закругленной части больше, чем у толкателя 2; можно сказать, что у толкателя 2а кривизна закругленной части меньше, чем у толкателя 2, то есть, чем больше радиус кривизны, тем меньше кривизна. Условия работы у толкателя 2а лучше, так как площадка контакта больше. Кулачковые механизмы с закругленными толкателями с успехом применяются в системах газораспределения поршневых двигателей, для открывания и закрывания клапанов компрессоров и т.д.

При увеличении радиуса кривизны толкателя до бесконечности кривизна уменьшается до нуля и получается плоский толкатель с наибольшей контактной площадкой между толкателем и кулачком и, соответственно, наилучшими условиями передачи сил. Схема кулачкового механизма с плоским толкателем показана на рис. 11.2,г. Конструкция толкателя такова, что включает стержень и плоскую тарелку, названную так из-за круглой формы в плане. Подобные механизмы находят широкое использование в технике.

Общим недостатком кулачковых механизмов с остроконечным, закругленным и плоским толкателем является наличие трения скольжения между кулачком и толкателем при их работе. Кулачковые механизмы с роликовым толкателем лишены этого недостатка (рис. 11.1,в, 11.1,г, 11.2,а, 11.2,б). Однако, наличие дополнительного звена (ролик) и зазора во вращательной кинематической паре “ролик – толкатель” ограничивают использование таких механизмов при высоких частотах вращения кулачка из-за возможных вибраций.

5. По способу обеспечения постоянства контакта между толкателем и кулачком (по способу замыкания):

а) с силовым замыканием;

б) с кинематическим (геометрическим) замыканием.

Силовое замыкание предусматривает прижим толкателя к кулачку при помощи силы тяжести, силы пружины или силы специальных прижимных устройств (пневмо- или гидроцилиндры). Наиболее распространен прижим пружиной (рис. 11.2,а), параметры которой рассчитываются таким образом, чтобы не допустить отрыва толкателя от кулачка при высоких частотах вращения. Смысл кинематического (геометрического) замыкания заключается в том, что толкатель не может отойти от профиля кулачка, благодаря конструктивным особенностям механизма. Одна из возможных конструкций показана на рис. 11.3. Здесь ролик 3 толкателя 2 входит в паз, выполненный по профилю кулачка в диске 1. Для возможности перекатывания ролика внутри паза, диаметр ролика должен быть меньше ширины паза, что достаточно ясно видно на разрезе в виде слева. Это приводит к тому, что при каждом обороте кулачка происходит перекладка зазора между кулачком и роликом, то есть, ролик оказывается прижатым то к одной стороне паза, то к другой. При больших

скоростях это явление сопровождается ударами, поэтому область использования подобных механизмов ограничена относительно низкими скоростями.

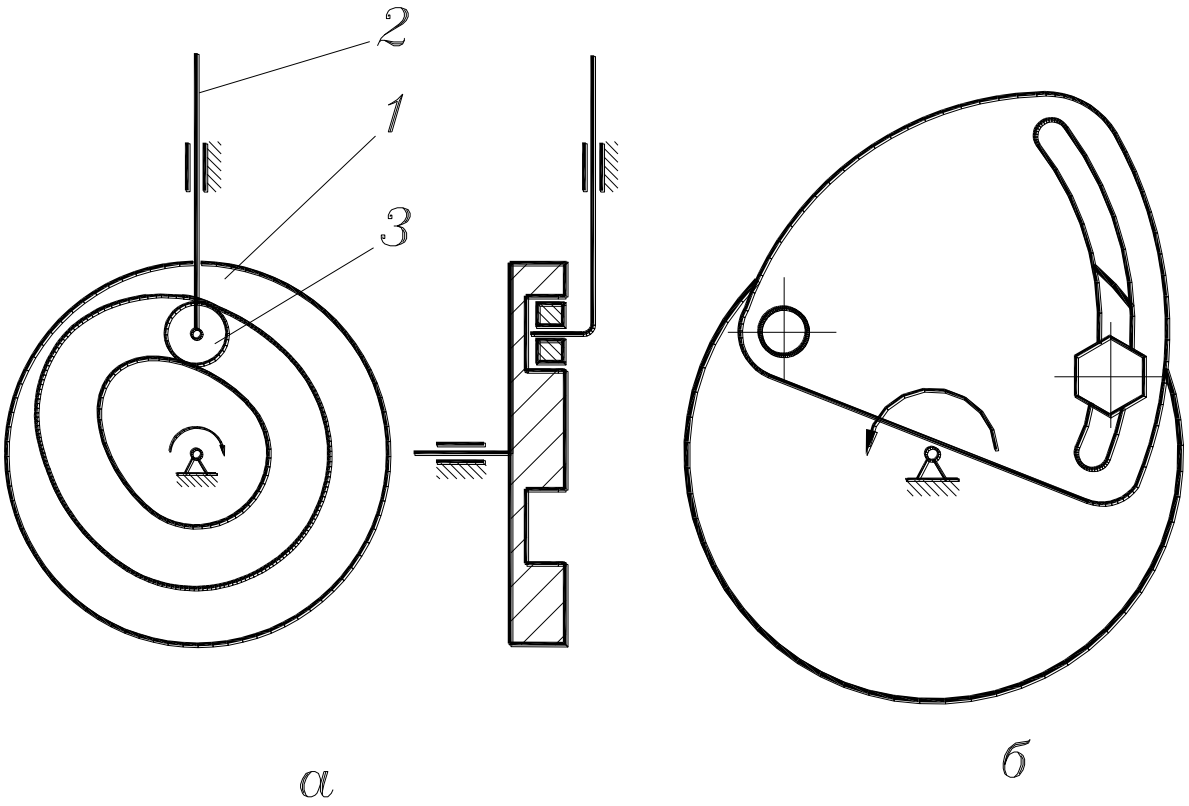



Рис. 11.3.

6. По возможности регулирования:
а) нерегулируемые;
б) регулируемые.

Все механизмы, рассмотренные до сих пор, являются нерегулируемыми. Но есть достаточное количество регулируемых кулачковых механизмов, то есть механизмы, параметры которых могут быть изменены. Регулироваться может расположение толкателя, ход толкателя и профиль кулачка. На рис. 11.3,б показана возможная конструкция кулачка с регулируемым профилем. Сектор определенного профиля шарнирно установлен на диске и может быть закреплен в различных позициях при помощи винта, чем и достигается изменение профиля.

Все указанные шесть конструктивных признаков могут характеризовать отдельный кулачковый механизм. Например, механизм, показанный на рис. 11.2а в достаточно полной мере определяется так: плоский нерегулируемый кулачковый механизм с вращающимся кулачком, роликовым качающимся толкателем и силовым замыканием.

## Геометрия и кинематика простейшего кулачкового механизма

Геометрия и кинематика кулачковых механизмов неотделимы друг от друга, так как форма кулачка непосредственно влияет на характер движения толкателя. Рассмотрим это на примере кулачкового механизма с вращающимся кулачком и поступательно движущимся остроконечным толкателем (рис. 11.1,а).

Начнем с кулачка. В большинстве случаев, профиль кулачка состоит из двух дуг концентрических окружностей, сопряженных кривыми линиями (рис. 11.4);

форма этих линий может быть различна и задается при проектировании. Меньшая окружность называется окружностью минимального радиуса $r_{min}$ и находится в основе конструкции любого кулачка. Точки сопряжения дуг окружностей с кривыми (точки I, II, III, IV на рис. 11.4) являются характерными точками профиля, ограничивающими его участки. На схеме кулачок показан в таком угловом положении, что толкатель контактирует с ним в точке I.

Рассмотрим движение толкателя при вращении кулачка. При повороте кулачка в направлении вращения (против хода часовой стрелки) на угол $\varphi'_у$ толкатель будет удаляться в направлении от центра кулачка, поэтому участок профиля I-II называется участком удаления, а соответствующий этому участку центральный угол $\varphi'_у$ – профильным углом удаления. При дальнейшем повороте кулачка до тех пор, пока толкатель будет контактировать с профилем на участке II-III, выполненном по дуге окружности, толкатель будет оставаться неподвижным в позиции, наиболее удаленной от центра кулачка. Поэтому, этот участок профиля называется участком дальнего стояния, а соответствующий ему центральный угол кулачка $\varphi'_д$ называется профильным углом дальнего стояния. Во время контакта толкателя с участком III-IV профиля, толкатель, двигаясь по направляющим, возвращается по направлению к центру кулачка.

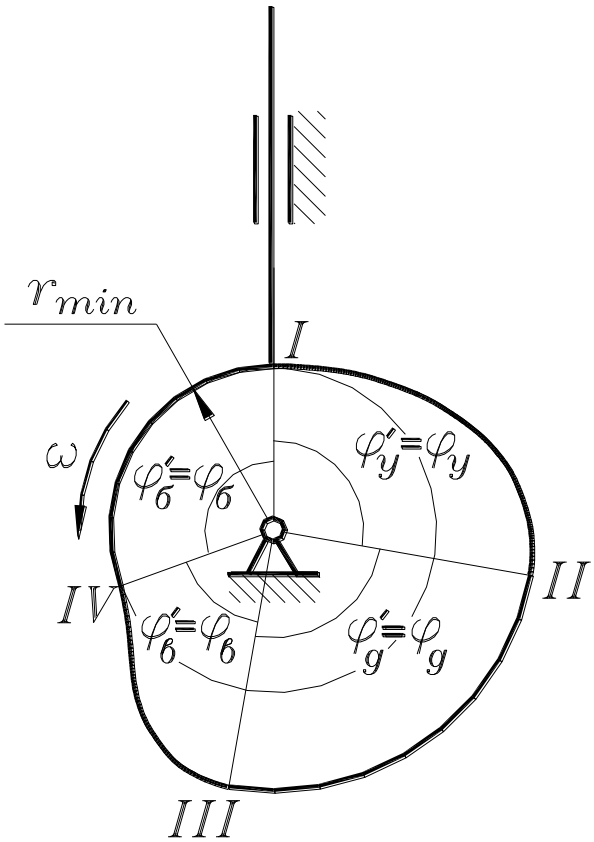



Рис. 11.4.

Поэтому, этот участок профиля называется участком возвращения, а соответствующий ему центральный угол кулачка $\varphi'_в$ – профильным углом возвращения. При контакте с участком IV-I, толкатель остается неподвижным в позиции наиболее близкой к центру кулачка, соответственно это участок называется участком ближнего стояния, а угол кулачка $\varphi'_б$ – профильным углом ближнего стояния.

Говоря о геометрических и кинематических параметрах кулачковых механизмов, следует отличать профильные углы кулачка и фазовые углы кулачкового

механизма. Профильные углы кулачка – это центральные углы кулачка, ограничивающие характерные участки его профиля; профильные углы принадлежат кулачку, то есть, являются его геометрическими параметрами; это те углы, которые были рассмотрены выше. Фазовые углы кулачкового механизма – это углы поворота кулачка ($\varphi_y$, $\varphi_д$, $\varphi_в$ и $\varphi_б$), которые соответствуют фазам движения толкателя: удалению, возвращению, дальнему и ближнему стоянию. Фазовые углы принадлежат кулачковому механизму и являются его кинематическими параметрами.

Профильные и фазовые углы совпадают только в случае центрального кулачкового механизма с остроконечным поступательно движущимся толкателем; у центрального механизма линия движения толкателя проходит через центр вращения кулачка (рис. 11.4). Покажем несовпадение профильных и фазовых углов на примере нецентрального кулачкового механизма (рис. 11.5).

У этого механизма линия движения толкателя не проходит через центр вращения кулачка, а отстоит от него на расстояние е, называемое эксцентриситетом. Кулачковый механизм показан в положении, когда толкатель контактирует с кулачком в точке I. Для анализа работы этого механизма используем метод обращенного движения, при котором кулачок становится неподвижным, а толкателю вместе с направляющими сообщается вращение вокруг центра кулачка с угловой скоростью $\omega_1$, то есть, в направлении обратном направлению вращения кулачка. При повороте этой системы толкатель, перемещаясь вдоль направляющих, будет следить за профилем кулачка. Изобразим толкатель, контактирующий с кулачком в характерных точках профиля II, III и IV. В этих позициях толкатель будет располагаться вдоль касательных, проведенных их этих точек к окружности с радиусом *е*. Углы между этими позициями толкателя будут равны углам поворота кулачка, соответствующими фазам движения толкателя, то есть, фазовым углам. Чтобы показать эти углы, проведем радиусы из точек касания; углы между этими радиусами и будут фазовыми углами. Из рис. 11.5 видна разница между величинами профильных и фазовых углов: фазовый угол удаления $\varphi_y$ больше профильного $\varphi'_y$, а фазовый угол возвращения $\varphi_в$ меньше профильного $\varphi'_в$. На участках дальнего и ближнего стояния эти углы одинаковы.

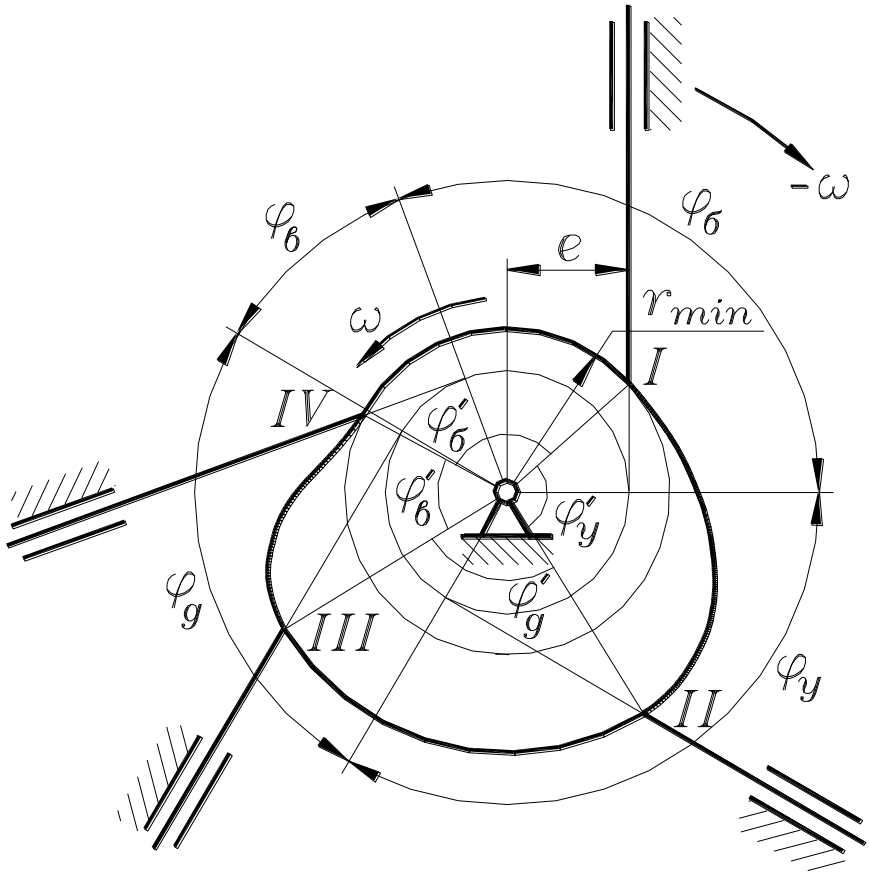



Рис. 11.5.

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое кулачковый механизм?
2. Какие движения могут совершать кулачок и толкатель?
3. Чем отличаются плоский и пространственный кулачковые механизмы.
4. В чем состоят преимущества и недостатки кулачковых механизмов с роликовыми толкателями?
5. В чем разница кулачковых механизмов с силовым и с кинематическим замыканием?
6. Что регулируется в регулируемых кулачковых механизмах?
7. Что такое метод обращенного движения?
8. В чем заключается разница между профильными и фазовыми углами?
9. В каком кулачковом механизме профильные и фазовые углы равны?

**Лекция № 12**

# Кинематика простейшего кулачкового механизма.

## План лекции:

1. Задачи - тематического исследования кулачковых механизмов.
2. Построение позиций кулачкового механизма с использованием метода обращенного движения.
3. Построение кинематических диаграмм при помощи графического дифференцирования.
4. Нахождение кинематических параметров толкателя по кинематическим диаграммам.
5. Законы движения толкателя.
6. Жесткие и мягкие удары. План скоростей кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем.
7. Передаточные отношения кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем.
8. План скоростей кулачкового механизма с качающимся толкателем.
9. Передаточные отношения кулачкового механизма с качающимся толкателем.
10. Угол передачи движения в кулачковых механизмах.

## Цель лекции:

Задачей кинематического исследования кулачковых механизмов является определение характера движения толкателя и расчет передаточных отношений. Характер движения толкателя подразумевает определение его кинематических параметров: перемещения, скорости и ускорения. Эти параметры могут быть найдены для отдельных заданных позиций механизма при помощи планов скоростей и ускорений, но часто требуется знать характер изменения кинематических параметров толкателя в процессе работы механизма. Поэтому целью является научиться строить кинематические диаграммы, то есть, графики дающие представление об изменении перемещения, скорости и ускорения толкателя при повороте кулачка.

## Опорные слова:

1. Метод обращенного движения - это метод, при котором кулачок останавливается, а толкателю вместе с его направляющими сообщается угловая скорость.
2. Графическое дифференцирование - метод, при котором производная функции пропорциональна тангенсу угла наклона касательной в графику этой функции.
3. Жесткий удар - явление скачка ускорения толкателя в бесконечность и обратно.
4. Мягкий удар - явление скачка ускорения толкателя на конечную величину.

## Литература:

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 52-65.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 78-88.

Задачей кинематического исследования кулачковых механизмов является определение характера движения толкателя и расчет передаточных отношений. Характер движения толкателя подразумевает определение его кинематических параметров: перемещения, скорости и ускорения. Эти параметры могут быть найдены для отдельных заданных позиций механизма при помощи планов скоростей и ускорений (см. лекцию № 13), но часто требуется знать характер изменения кинематических параметров толкателя в процессе работы механизма. Для этого строятся кинематические диаграммы, то есть, графики дающие представление об изменении перемещения, скорости и ускорения толкателя при повороте кулачка.

Построение кинематических диаграмм простейшего кулачкового механизма.

Для построения диаграммы перемещения толкателя исходной служит схема кулачкового механизма, выполненная в определенном масштабе длин (рис.12.1). Для анализа кинематики кулачковых механизмов используется метод обращенного движения, при котором кулачок останавливается, а толкателю вместе с направляющими сообщается вращение вокруг центра кулачка с угловой скоростью - $\omega_1$, то есть, в направлении обратном направлению вращения кулачка. При повороте этой системы толкатель, перемещаясь вдоль направляющих, будет следить за профилем кулачка. На схеме механизма показывается несколько позиций толкателя в пределах углов удаления и возвращения, причем количество позиций определяется размерами чертежа и требуемой точностью построений. На рис. 12.1 даны десять позиций толкателя: пять в пределах угла удаления (с первой по пятую) и пять других в пределах угла возвращения (с шестой по десятую).

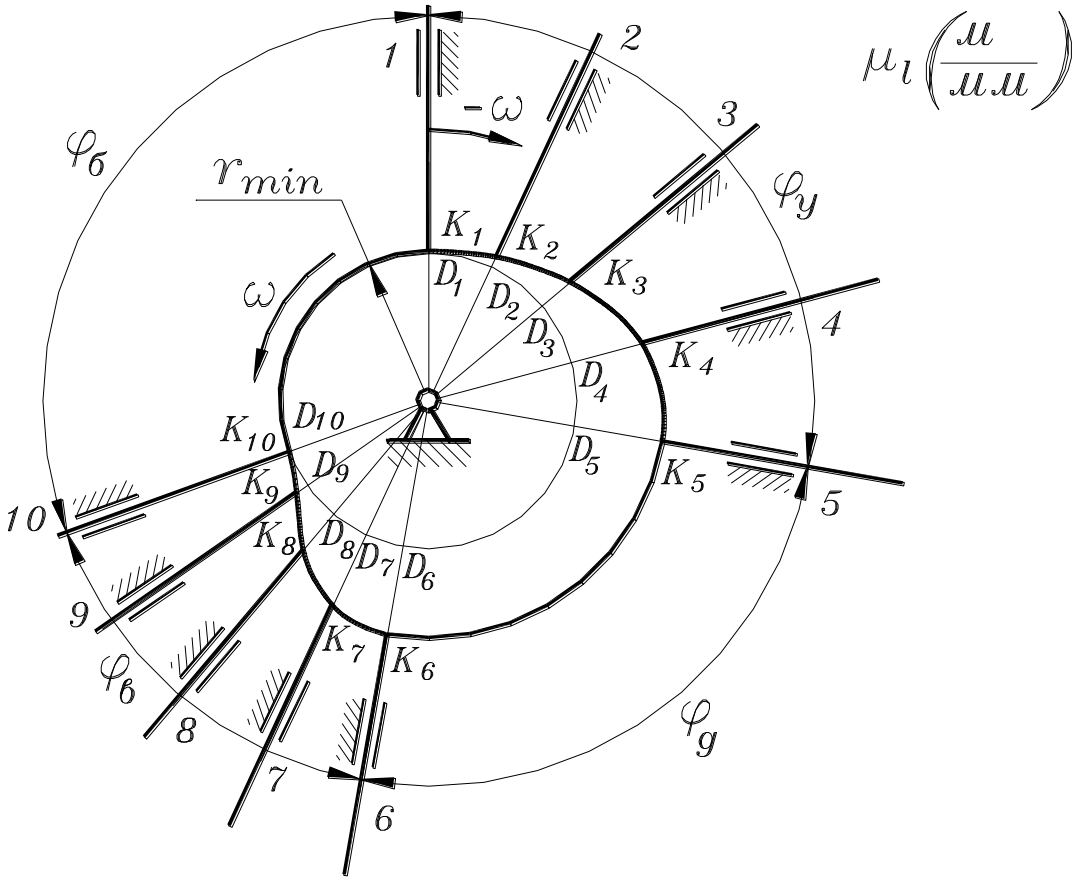



Рис. 12.1.

Чтобы увидеть на чертеже перемещения толкателя, продлим линию его движения в каждой позиции до центра кулачка. Обозначим точки контакта толкателя с кулачком буквой К с соответствующим индексом, а точки пересечения линий движения толкателя с окружностью минимального радиуса – буквой D. Из чертежа понятно, что перемещения толкателя из своей исходной первой позиции равны отрезкам CD в соответствующих позициях (с учетом масштаба длин): в первой позиции перемещение равно нулю и точки C и D совпадают, во второй позиции перемещение толкателя $\overline{S_2} = \overline{D_2K_2}$, в третьей – $\overline{S_3} = \overline{D_3K_3}$ и т.д. В общем случае можно записать:

$$\overline{S_i} = \overline{D_iK_i}$$

Полученный чертеж дает возможность построить кинематические диаграммы толкателя, то есть, графики, позволяющие видеть характер изменения перемещения, скорости и ускорения толкателя при повороте кулачка. Начнем с графика s(φ) перемещения толкателя в функции угла поворота кулачка (рис. 12.2). Масштаб оси ординат – масштаб перемещений толкателя $\mu_s$, является произвольной величиной, в частности, он может быть таким же, как масштаб $\mu_l$ схемы механизма на рис. 12.1. Масштаб оси абсцисс – масштаб углов поворота кулачка, тоже произвольная величина и определяется так:

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_p}{\overline{\varphi_p}} \text{ (град/мм)} \qquad (12.1)$$

где: $\varphi_p$ – рабочий угол кулачкового механизма в град, равный сумме фазовых углов удаления, дальнего стояния и возвращения, то есть, $\varphi_p = \varphi_y + \varphi_д + \varphi_в$

$\overline{\varphi_p}$ - изображение рабочего угла на оси абсцисс графика в мм.

Изображение рабочего угла – это произвольный отрезок на оси абсцисс графика, размер которого зависит от размеров чертежа. Этот отрезок разбивается в соответствии с действительными величинами фазовых углов. Кроме масштаба углов поворота кулачка в градусной мере, необходимо рассчитать величину этого масштаба в радианной мере:

$$\mu'_\varphi = \mu_\varphi \frac{\pi}{180} \text{ (рад/мм)} \qquad (12.2)$$

Разделим отрезки углов удаления и возвращения на равные части так же, как на схеме механизма, и через точки деления проведем вертикали. Так как масштабы перемещений на графике и на схеме механизма выбраны одинаковыми, то на этих вертикалях отложим соответствующие отрезки $\overline{D_iK_i}$ из схемы механизма. Соединив концы этих отрезков, получим график перемещения толкателя в функции угла поворота кулачка. Заметим, что этот график не меняется при изменении угловой скорости кулачка, он зависит только от формы профиля кулачка.

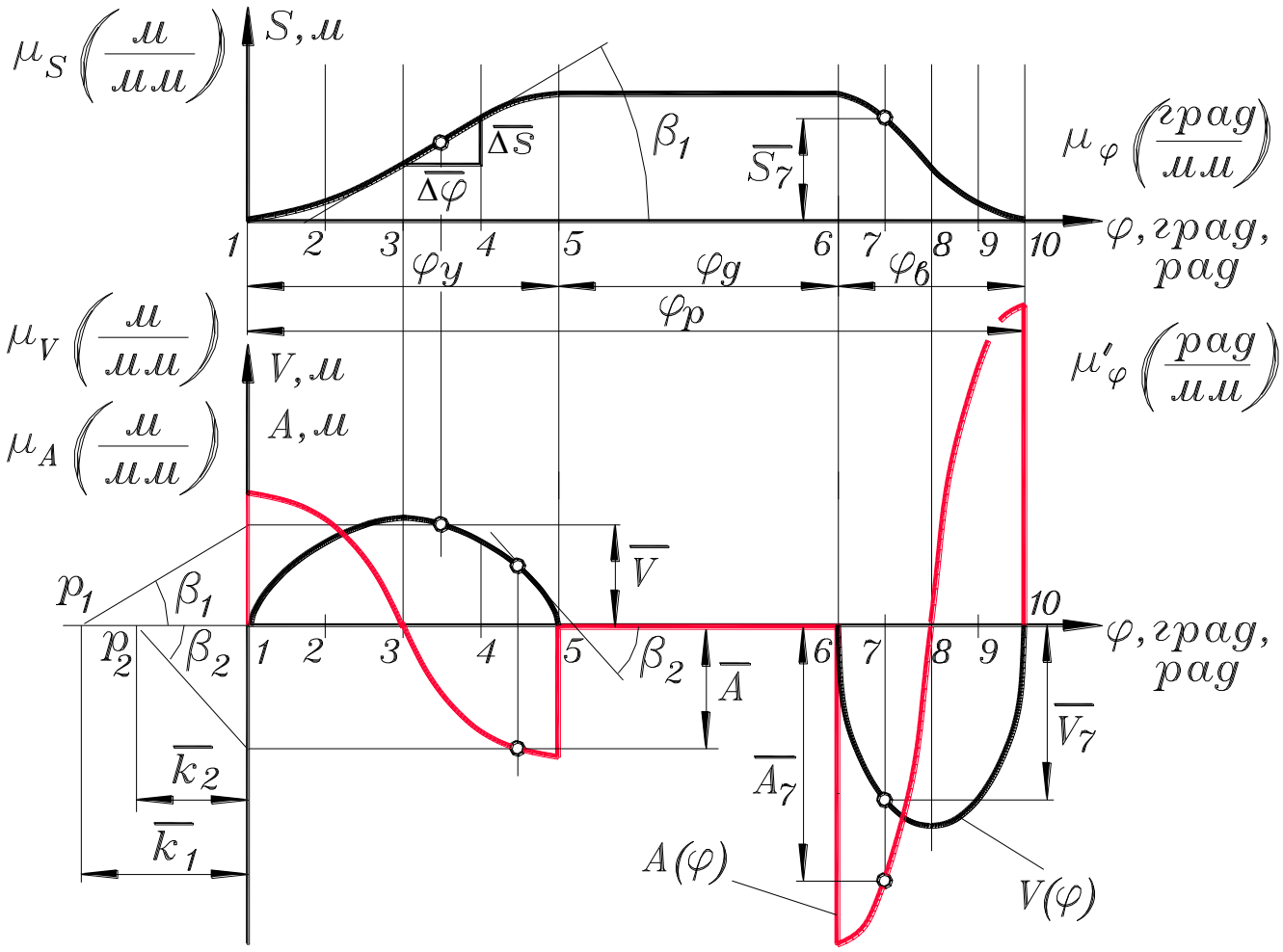



Рис. 12.2.

Переходя к кинематическим диаграммам, отражающим изменения скорости и ускорения толкателя, следует заметить, что и в этом случае удобно иметь графики таких скоростных параметров и параметров ускорения, которые бы не менялись при изменении угловой скорости кулачка, а зависели бы только от формы его профиля. Такими параметрами являются аналоги скоростей и ускорений.

Аналог скорости – это величина пропорциональная скорости, но зависящая не от времени, а от угла поворота входного звена механизма (здесь – кулачка), то есть, это первая производная от перемещения не по времени, а по углу поворота этого звена:

$$V = \frac{ds}{d\varphi} \qquad (12.3)$$

Чтобы найти связь между аналогом скорости и скоростью умножим и разделим эту дробь на *dt*:

$$V = \frac{ds\,dt}{d\varphi\,dt}$$

Здесь *ds/dt* – это линейная скорость (в данном случае, толкателя), а *dφ/dt* – угловая скорость входного звена (в данном случае, кулачка). Поэтому,

$$V = \frac{v}{\omega} \text{ (м)} \qquad (12.4)$$

Аналог ускорения – это вторая производная от перемещения по углу поворота входного звена:

$$A = \frac{d^2 s}{d\varphi^2} \qquad (12.5)$$

Для нахождения связи между аналогом ускорения и ускорением умножим и разделим эту дробь на $dt^2$:

$$A = \frac{d^2 s\, dt^2}{d\varphi^2\, dt^2}$$

Здесь $d^2s/dt^2$ – это линейное ускорения (в данном случае, толкателя), а $d\varphi^2/dt^2$ – квадрат угловой скорости (в данном случае, кулачка). Поэтому,

$$A = \frac{a}{\omega^2} \quad \text{(м)} \qquad (12.6)$$

Заметим, что аналоги линейных скорости и ускорения имеют размерность длины.

Графики аналогов скорости и ускорения толкателя совмещены на рис. 12.2 в одной системе координат. Строятся они методом графического дифференцирования. График аналога скорости строится методом графического дифференцирования диаграммы перемещения толкателя.

Можно сказать, что аналог скорости, как производная от перемещения по углу поворота, пропорционален отношению элементарных приращений $\Delta s$ и $\Delta\varphi$ с учетом масштабов изображений, как это показано на рис. 12.2 на участке 3-4. Отношение катетов полученного прямоугольного треугольника равно тангенсу угла $\beta_1$ наклона его гипотенузы к оси абсцисс графика. Переходя к бесконечно малым можно написать:

$$V = \frac{\overline{ds}\,\mu_s}{\overline{d\varphi}\,\mu_\varphi} = tg\,\beta_1 \frac{\mu_s}{\mu_\varphi} \qquad (12.7)$$

Таким образом, аналог скорости толкателя на заданном участке поворота кулачка есть величина, пропорциональная тангенсу угла наклона касательной к графику перемещений толкателя в середине этого участка.

Чтобы изобразить эту величину графически в системе координат диаграммы аналога скоростей, поступаем следующим образом. Ось абсцисс графика продлеваем влево и откладываем на этом продолжении произвольный отрезок $k_1$, называемый базой графического дифференцирования. Из конца этой базы $p_1$ (полюс дифференцирования) проводим луч, параллельный касательной к графику $s(\varphi)$ до ее пересечения с осью ординат. Полученный на оси ординат отрезок является изображением аналога скорости толкателя, так как его величина пропорциональна тангенсу угла $\beta_1$ наклона касательной (рис. 12.2). Масштаб этого изображения с учетом (12.7) и рис. 12.2, определится так:

$$\mu_V = \frac{V}{\overline{V}} = \frac{tg\,\beta_1\,\mu_s}{\mu_\varphi\,\overline{k_1}\,tg\,\beta_1}$$

После сокращения получаем формулу масштаба аналога скоростей

$$\mu_V = \frac{\mu_s}{\mu_\varphi\,\overline{k_1}} \quad \text{(м/мм)} \qquad (12.8)$$

Так как полученный отрезок является изображением аналога скорости толкателя на участке 3-4, то из точки пересечения луча с осью ординат проводим горизонталь, а из середины участка 3-4 – вертикаль. Точка пересечения этих прямых будет лежать на графике аналога скоростей толкателя. Произведя описанные построения в каждом участке, получим кинематическую диаграмму аналога скоростей V(φ).

Кинематическая диаграмма аналога ускорений на рис. 12.2 построена в той же системе координат при помощи графического дифференцирования диаграммы аналога скоростей. К этому графику в середине каждого участка проводятся касательные (на рис. 12.2 показана одна из них – на участке 4-5, наклоненная к оси абсцисс под углом $\beta_2$), на продолжении оси абсцисс откладывается произвольный отрезок – база графического дифференцирования $k_2$, через полюс $p_2$ проводятся лучи, параллельные касательным и т.д., так же, как это было описано выше. В результате получается диаграмма аналога ускорений A(φ), показанная на рис. 12.2 красным цветом. Масштаб диаграммы рассчитывается аналогично (12.8):

$$\mu_A = \frac{\mu_V}{\mu_\varphi \overline{k_2}} \quad \text{(м/мм)} \qquad (12.9)$$

Анализ кинематических параметров толкателя по кинематическим диаграммам.

Кинематические диаграммы необходимы для анализа движения толкателя подобно тому, как планы скоростей и ускорений нужны для расчета конкретных величин этих параметров.

Кинематические диаграммы дают полное представление о движении толкателя при работе кулачкового механизма. Анализируя кинематическую диаграмму S(φ), можно видеть, что на фазе удаления кривая перемещения толкателя – плавная кривая линия, причем ее крутизна (крутизна кривой – это наклон касательной к этой кривой относительно оси абсцисс) сначала увеличивается от нуля в поз. 1 до какой-то величины в поз. 3, после чего уменьшается опять до нуля в поз. 5. Точка кривой в поз. 3, где увеличение крутизны сменяется ее уменьшением, называется точкой перегиба. Аналогичный вид имеет эта кривая и на фазе возвращения.

График аналога скорости показывает, что во время первой половины фазы удаления, скорость толкателя плавно возрастает от нуля, достигая максимума в поз. 3 (в позиции, где график S(φ) имеет перегиб), а затем также плавно уменьшается до нуля в поз. 5 – начала фазы дальнего стояния. На фазе возвращения характер изменения скорости толкателя аналогичен, но график V(φ) расположен в отрицательной области, что говорит о противоположном направлении движения толкателя по сравнению с фазой удаления.

Диаграмма аналога ускорения показывает, что в поз. 1 имеет место скачок ускорения толкателя от нуля до какой-то величины, после чего происходит плавное уменьшение ускорения до нуля в поз. 3 (в позиции, где скорость максимальна – максимум функции соответствует нулю ее производной), после чего ускорение меняет знак. Анализируя совместно диаграммы аналогов скорости и ускорения, можно утверждать, что в первой половине фазы удаления и возвращения толкатель движется ускоренно, так как знаки скорости и ускорения совпадают, а во второй половине этих фаз – замедленно, так как их знаки противоположны.

По кинематическим диаграммам можно определить конкретные параметры движения толкателя в заданной позиции. Найдем перемещение, скорость и ускорение толкателя в поз. 7 (рис. 12.2).

Перемещение толкателя, то есть, его отстояние от позиции, наиболее близкой к центру кулачка:

$$s_7 = \overline{s_7}\,\mu_s \quad \text{(м)}$$

где $\overline{S_7}$ - ордината диаграммы перемещений в поз. 7.

Скорость толкателя найдем с учетом (12.4):

$$v_7 = \overline{V_7}\,\mu_V\,\omega \quad \text{(м/с)}$$

где $\overline{V_7}$ - ордината диаграммы аналога скорости в поз. 7.

Ускорение толкателя найдем с учетом (12.6):

$$a_7 = \overline{A_7}\,\mu_A\omega^2 \quad \text{(м/с}^2\text{)}$$

где $\overline{A_7}$ - ордината диаграммы аналога ускорения в поз. 7.

Законы движения толкателя. Жесткий и мягкий удары.

Характер движения толкателя на фазах удаления и возвращения может быть различным в зависимости от профиля кулачка. Если рассматривать это движения с точки зрения изменения скорости толкателя, то следует изучить его равномерное движение, равнопеременное движение и общий случай, то есть, движение с переменным ускорением.

Равномерное движение толкателя (рис. 12.3,а), то есть, его движение на фазах удаления и возвращения с постоянной скоростью, показывается на графике его скорости (или аналога скорости) в виде горизонтальных отрезков. Графики перемещений толкателя на этих фазах – это наклонные прямые. Ускорения толкателя в этом случае равны нулю, но в начале и конце этих участков происходят скачки ускорения в плюс или минус бесконечность. Явление скачка ускорения в бесконечность и обратно называется жестким ударом, оно соответствует скачку скорости на конечную величину и излому графика перемещения толкателя.

Это явление отрицательно по следующим причинам. Ускорения пропорциональны силам инерции, следовательно, в узловых точках (в начале и конце фазы удаления и возвращения) на толкатель действуют бесконечно большие силы инерции, что теоретически должно привести к разрушению механизма. В реальных механизмах этого не происходит из-за упругости звеньев и наличия зазоров в механизме.

Однако силы инерции достигают значительных величин, поэтому таких режимов стараются избегать, вводя переходные участки, которые заменяют излом графика перемещений на плавные кривые. Кулачковые механизмы с равномерным движением толкателя используются в токарных автоматах для привода суппортов, в швейных машинах для намотки нити на шпульку и т.д. Профили участков удаления и возвращения кулачков таких механизмов выполняются по спирали Архимеда.

Равнопеременное движение толкателя (рис. 12.3,б) предполагает движение толкателя на фазах удаления и возвращения с постоянным ускорением или замедлением, а именно, в течение первой половины фазы движение происходит с ускорением, а в течение второй половины – с замедлением (с отрицательным ускорением). На графике ускорения мы видим горизонтальные отрезки в положительной и

отрицательной областях. В начале фаз удаления и возвращения и в их середине имеют место скачки ускорения на конечную величину. Этим скачкам соответствуют изломы графика скорости, а график перемещений толкателя остается плавным. Явление скачка ускорения на конечную величину называется мягким ударом. Это явление не столь отрицательно, как явление жесткого удара, и кулачковые механизмы, где движение толкателя сопровождается мягкими ударами, достаточно широко используются в технике. Это происходит, в частности, потому, что профили кулачков таких механизмов  просты в проектировании и изготовлении, например, они могут быть составлены из сопряженных дуг окружностей. При этом следует помнить, что, несмотря на плавность сопряжения участков профиля, в точках сопряжения имеют место мягкие удары, что приводит к скачку инерционных нагрузок и что должно учитываться при силовом расчете и дальнейшем расчете на прочность звеньев подобных механизмов

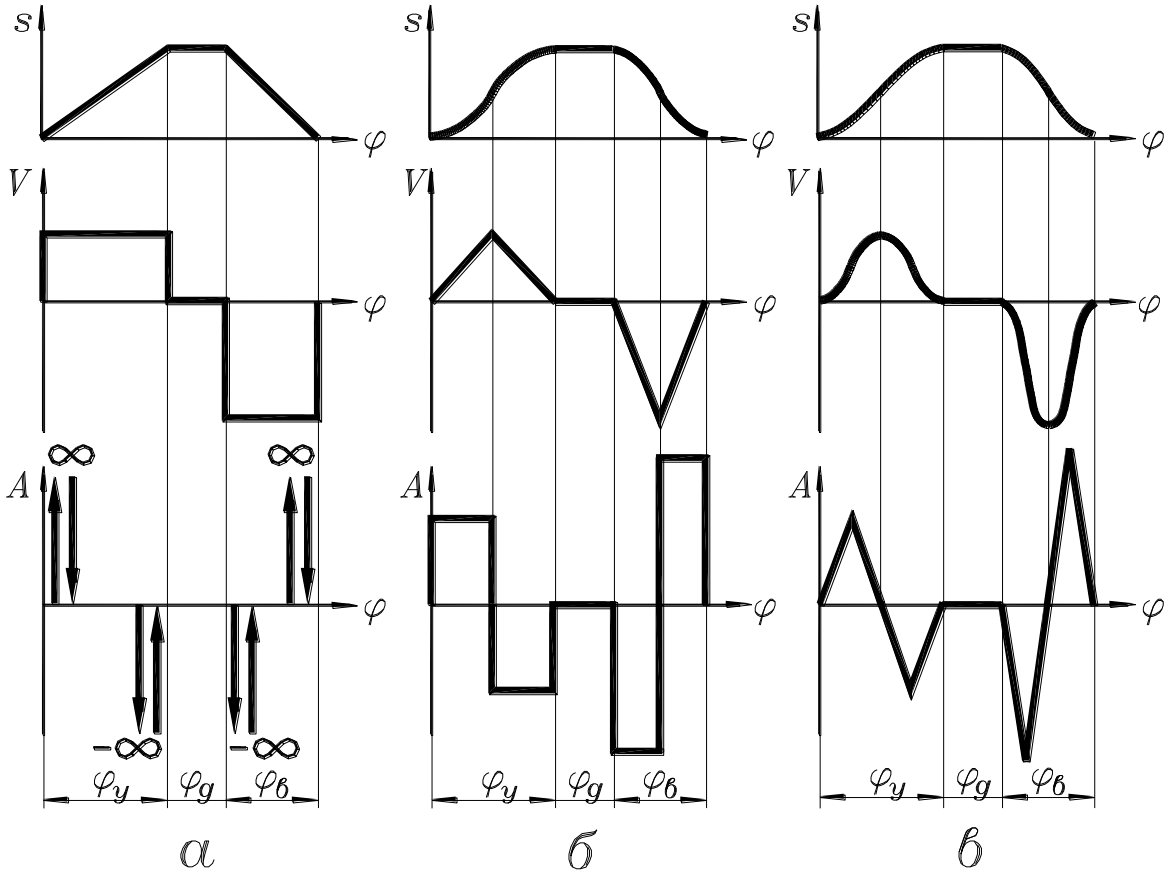



Рис. 12.3.

.

Кинематические диаграммы движения толкателя для общего случая, то есть, для случая его движения с переменным ускорением приведены на рис. 12.3,в. Форма диаграммы ускорения  может быть различной, возможны скачки ускорения в характерных точках, но наилучшей с точки зрения инерционных нагрузок, является диаграмма без скачков ускорения; при этом изломы графика возможны (один из таких графиков ускорения показан на рис. 12.3,в). Кулачок, обеспечивающий движение толкателя без скачков ускорения называется безударным. Такие кулачки более сложны в проектировании и изготовлении, чем кулачки с жесткими и мягкими ударами, но они с успехом используются благодаря хорошим динамическим качествам.

Однако существует безударный кулачок очень простой в проектировании и изготовлении – это эксцентрик (рис 12.4). Его профиль – это окружность, центр которой смещен относительно центра вращения кулачка. Так как профиль кулачка – кривая постоянной кривизны, то никаких скачков и ударов он не предполагает. Такой кулачок имеет только два профильных угла – удаления и возвращения. Благодаря простоте конструкции кулачковые механизмы с эксцентриковым кулачком широко используются в технике.

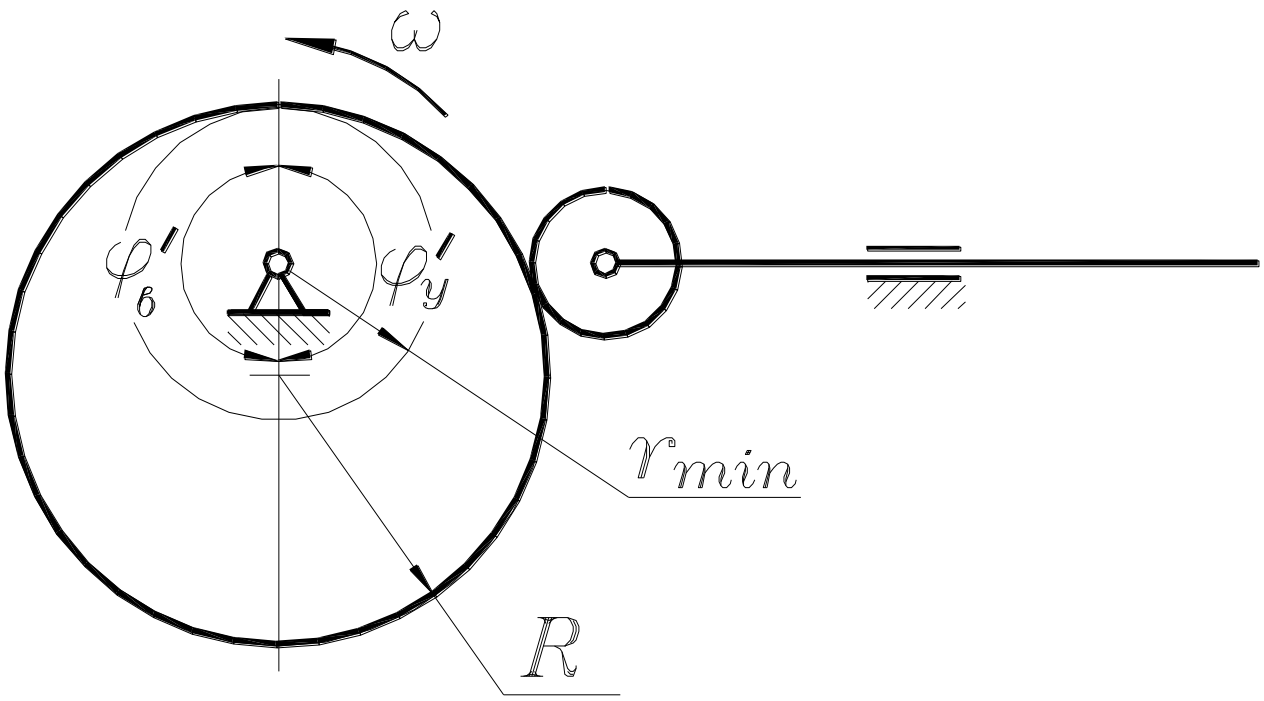



Рис. 12.4.

В заключение заметим следующее. При построении кинематической диаграммы ускорения толкателя надо учитывать, что высоты этой диаграммы на участках удаления и возвращения обратно пропорциональны квадратам соответствующих фазовых углов:

$$\frac{\overline{a_y}}{\overline{a_в}} = \frac{\varphi_в^2}{\varphi_y^2}$$

где: $\overline{a_y}$ - высота графика ускорения (или аналога ускорения) на фазе удаления (рис. 12.3,б);

$\overline{a_в}$ - высота графика ускорения на фазе возвращения.

Планы скоростей и передаточные отношения.

Кинематические диаграммы дают представление о характере движения толкателя в пределах всего рабочего угла. Если требуется найти скорость толкателя в конкретной позиции кулачкового механизма, то можно обойтись без сложной процедуры построения кинематических диаграмм, а использовать метод плана скоростей и передаточного отношения.

Рассмотрим построение плана скоростей простейшего кулачкового механизма с остроконечным толкателем (рис. 13.1). Его схема изображена в масштабе $\mu_l$. Заметим, что линия движения толкателя этого механизма не проходит через центр вращения кулачка; такой механизм называется нецентральным, дезаксиальным или эксцентричным в отличие от центрального механизма, линия движения толкателя которого проходит через центр вращения кулачка. План скоростей будем строить в масштабе начального звена (см. лекцию № 5), в нашем случае, в масштабе входного звена – кулачка, то есть, $\mu_v=\mu_l\omega_1$

Из полюса p проводим вектор скорости точки $k_1$, то есть контактной точки кулачка, равный и перпендикулярный радиусу вектору OK расположения этой точки (это и последующие действия приведены на рис. 13.1 в виде примечаний). Вектор скорости контактной точки $k_2$ толкателя найдем из векторного уравнения:

$$\overline{v_{k2}} = \overline{v_{k1}} + \overline{v_{k2k1}}$$

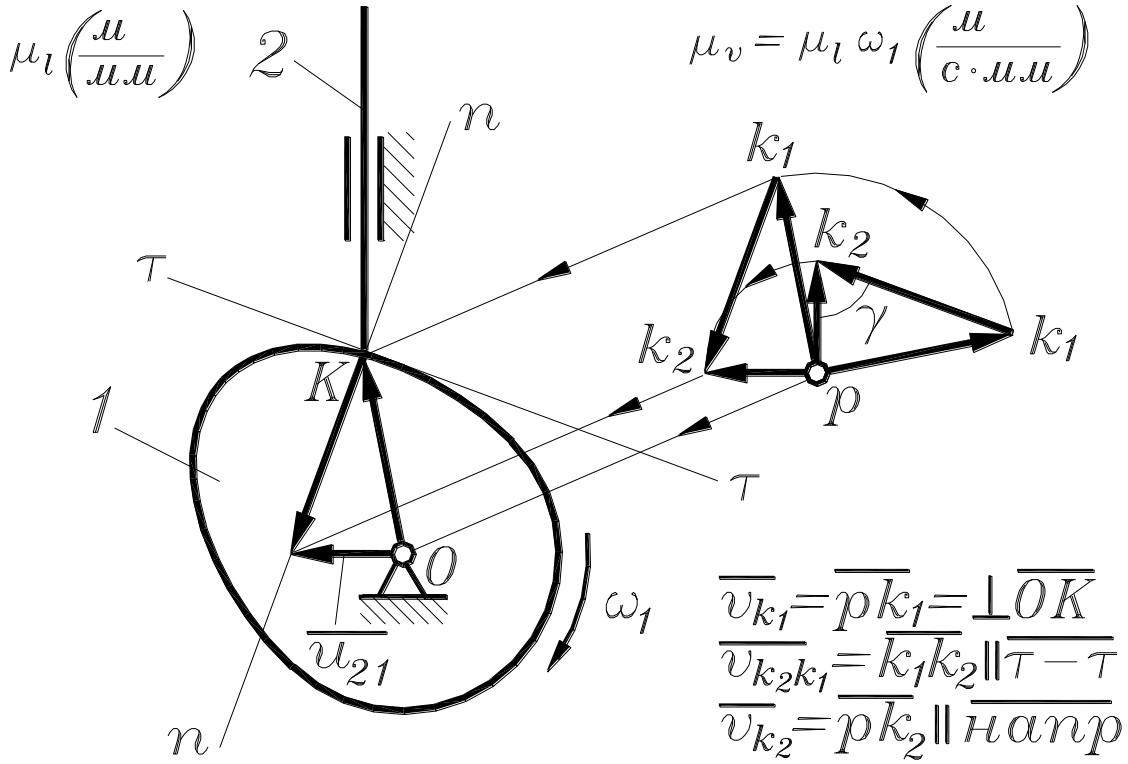



Рис. 13.1

Согласно теории высшей кинематической пары, относительная скорость контактных точек толкателя и кулачка направлена вдоль касательной к профилю кулачка, проведенной в точке контакта. Поэтому, выполняя действие графического сложения, из конца вектора скорости точки $k_1$ проведем прямую, параллельную касательной τ-τ. Абсолютная скорость контактной точки $k_2$ толкателя параллельна его направляющим, поэтому, из полюса плана скоростей проводим вертикаль. В точке пересечения двух прямых будут находиться концы векторов абсолютной и относительной скорости контактной точки толкателя.

Полученный план скоростей дает возможность найти значение скорости толкателя в заданной позиции кулачкового механизма:

$$v_2 = v_{k2} = \overline{pk_2}\,\mu_l\,\omega_1 \quad \text{(м/с)} \qquad (13.1)$$

Найдем ту же скорость, пользуясь методом передаточного отношения кулачкового механизма. Передаточное отношение от толкателя к кулачку:

$$u_{21} = \frac{v_2}{\omega_1} \qquad (13.2)$$

Учитывая (13.1), получим:

$$u_{21} = \frac{\overline{pk_2}\,\mu_l\,\omega_1}{\omega_1} = \overline{pk_2}\,\mu_l \quad \text{(м)} \qquad (13.3)$$

Таким образом, отрезок $pk_2$ является изображением передаточного отношения $u_{21}$ в масштабе $\mu_l$. Однако, этот отрезок можно найти без построения плана скоростей, более простым способом. Перейдем к этому способу, выполнив вспомогательные построения.

Повернем план скоростей на $90^0$ в сторону, противоположную направлению вращения кулачка, а затем перенесем его на схему механизма так, чтобы полюс плана совпал с центром вращения кулачка (рис. 13.1). Тогда вектор $pk_1$ совпадет с радиус-вектором ОК, вектор относительной скорости $k_1k_2$ расположится вдоль нормали n-n, проведенной через контактную точку, а вектор $pk_2$, который и является изображением передаточного отношения, будет лежать на перпендикуляре к линии движения толкателя, проведенном из центра вращения кулачка.

Рассмотрение повернутого плана скоростей, совмещенного со схемой механизма, дает возможность сформулировать следующее правило. Для нахождения передаточного отношения $u_{21}$ кулачкового механизма, на его схеме достаточно провести две прямые: нормаль к профилю кулачка через контактную точку и перпендикуляр к направляющим толкателя через центр вращения кулачка; отрезок этого перпендикуляра между центром вращения кулачка и точкой его пересечения с нормалью и будет являться изображением искомого передаточного отношения в масштабе $\mu_l$ , как это показано на рис. 13.2. Следовательно, скорость толкателя в позиции кулачкового механизма, показанной на схеме, с учетом (13.2) определится так:

$$v_2 = u_{21}\omega_1 = \overline{u_{21}}\,\mu_l\,\omega_1 \quad \text{(м/с)}$$

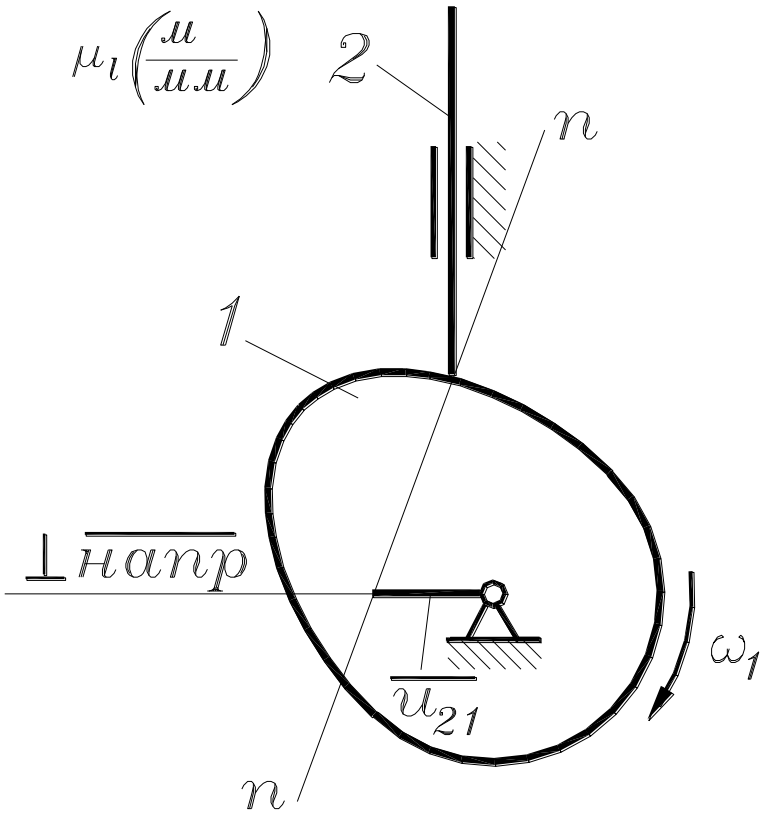



Рис. 13.2.

Рассмотрим теперь кулачковый механизм с качающимся толкателем и проделаем все вышеописанные процедуры для нахождения мгновенной скорости толкателя методом плана скоростей и методом передаточного отношения.

Схема кулачкового механизма с качающимся толкателем показана на рис. 13.2 в масштабе $\mu_l$, план скоростей будем строить в масштабе начального звена – кулачка, $\mu_v=\mu_l\omega_1$

Из полюса *p* проводим вектор скорости точки $k_1$, то есть контактной точки кулачка, равный и перпендикулярный радиусу вектору $O_1K$ расположения этой точки (это и последующие действия приведены на рис. 13.2 в виде примечаний). Вектор скорости контактной точки $k_2$ толкателя найдем из векторного уравнения:

$$\overline{v_{k2}} = \overline{v_{k1}} + \overline{v_{k2k1}}$$

Согласно теории высшей кинематической пары, относительная скорость контактных точек толкателя и кулачка направлена вдоль касательной к профилю кулачка, проведенной в точке контакта. Поэтому, выполняя действие графического сложения, из конца вектора скорости точки $k_1$ проведем прямую, параллельную касательной τ-τ. Абсолютная скорость контактной точки $k_2$ качающегося толкателя перпендикулярна к радиус-вектору расположения этой точки, поэтому, из полюса плана скоростей проводим прямую перпендикулярную к отрезку $O_2K$ на схеме механизма. В точке пересечения двух прямых будут находиться концы векторов абсолютной и относительной скорости контактной точки толкателя.

Полученный план скоростей дает возможность найти значение скорости толкателя в заданной позиции кулачкового механизма:

$$\omega_2 = \frac{v_{k2}}{O_2K} = \frac{\overline{pk_2}\,\mu_l\,\omega_1}{\overline{O_2K}\,\mu_l}$$

После сокращения получим:

$$\omega_2 = \frac{\overline{pk_2}\ \omega_1}{\overline{O_2K}} \qquad (13.4)$$

Найдем ту же скорость, пользуясь методом передаточного отношения кулачкового механизма. Передаточное отношение от толкателя к кулачку:

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \qquad (13.5)$$

Учитывая (13.4), получим:

$$u_{21} = \frac{\overline{pk_2}\ \omega_1}{\overline{O_2K}\ \omega_1}$$

После сокращения получим:

$$u_{21} = \frac{\overline{pk_2}}{\overline{O_2K}} \qquad (13.6)$$

Однако, это отношение можно найти без построения плана скоростей, более простым способом. Перейдем к этому способу, выполнив вспомогательные построения.

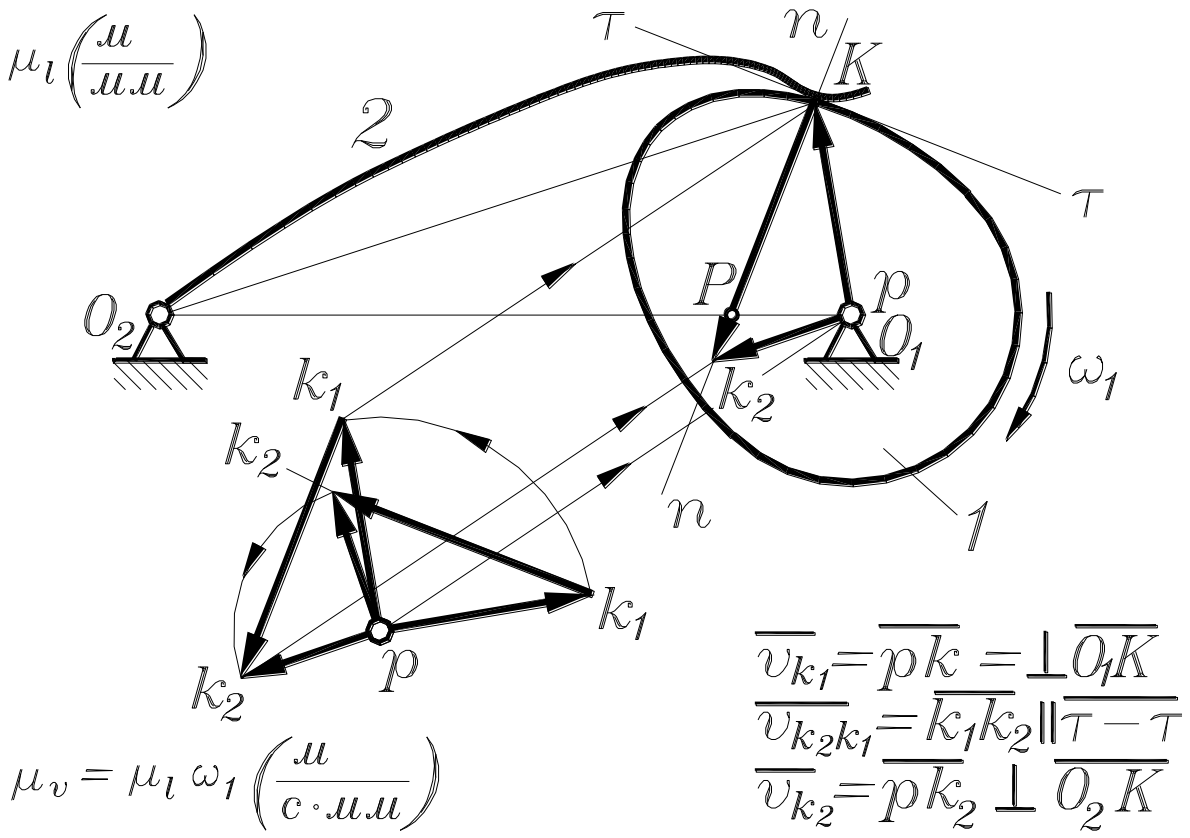



Рис. 13.3.

Повернем план скоростей на $90^0$ в сторону, противоположную направлению вращения кулачка, а затем перенесем его на схему механизма так, чтобы полюс плана совпал с центром вращения кулачка (рис. 13.3). Тогда вектор $pk_1$ совпадет с радиус-вектором $O_1K$, вектор относительной скорости $k_1k_2$ расположится вдоль нормали n-n, проведенной через контактную точку, а вектор $pk_2$ будет параллелен отрезку $O_2K$ толкателя. В пересечении вектора $k_1k_2$ с отрезком $O_1O_2$ отметим точку P. Рассмотрение двух треугольников: $\Delta O_2PK$ и $\Delta O_1Pk_2$ свидетельствует об их подобии. Поэтому, справедливо следующее равенство:

$$\frac{\overline{pk_2}}{\overline{O_2K}} = \frac{\overline{O_1P}}{\overline{O_2P}}$$

С учетом (13.5) и (13.6) можно записать:

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\overline{O_1P}}{\overline{O_2P}} \qquad (13.7)$$

Рассмотрение повернутого плана скоростей, совмещенного со схемой механизма, дает возможность сформулировать следующее правило. Для нахождения передаточного отношения кулачкового механизма, на его схеме достаточно провести две прямые: одну – через центры вращения кулачка и толкателя и вторую – нормаль к профилю кулачка через контактную точку (рис.13.4). Точка пересечения этих прямых разделит отрезок, соединяющий центры вращения кулачка и толкателя на части, обратно пропорциональные угловым скоростям кулачка и толкателя. Причем, имеет значение направление отрезков $O_1P$ и $O_2P$: если они направлены в противоположные стороны (как на рис. 13.4), то передаточное отношение отрицательно, что свидетельствует о том, что в данной позиции кулачкового механизма, кулачок и толкатель вращаются в противоположных направлениях. Если же отрезки $O_1P$ и $O_2P$ направлены в одну сторону, то есть, точка P находится вне отрезка $O_1O_2$, то передаточное отношение положительно, значит толкатель поворачивается в ту же сторону, что и кулачок. Величину угловой скорости толкателя найдем из (13.7):

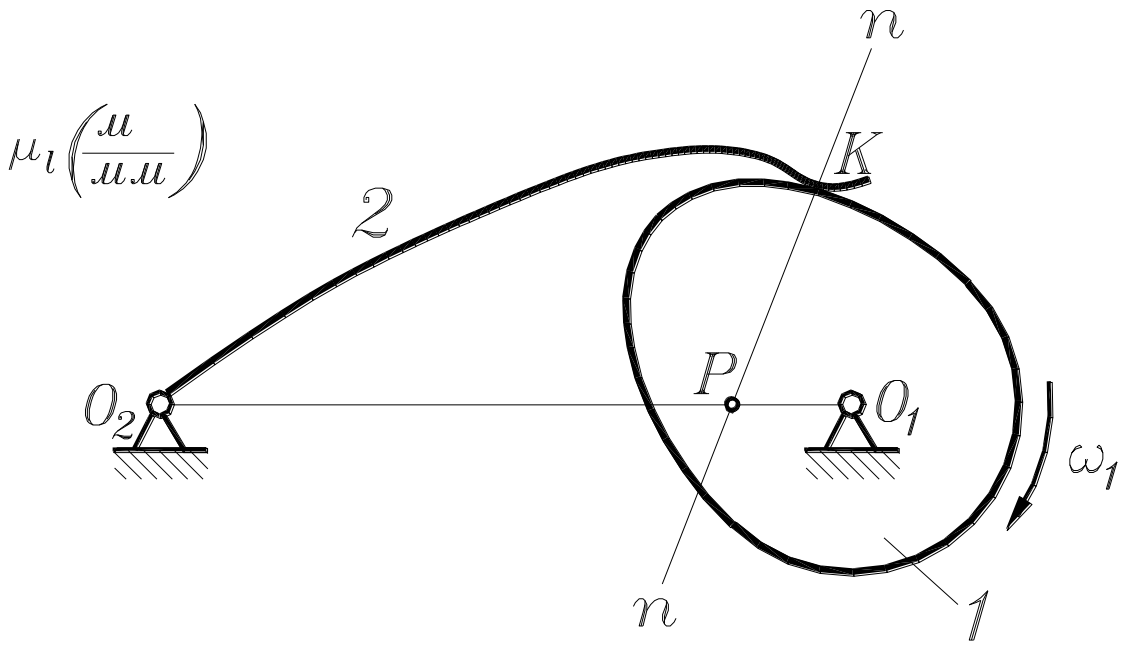



Рис. 13.4.

Условия передачи движения

Условия передачи движения от кулачка к толкателю зависят от силовых соотношений, а именно, от соотношения между величинами силы, способствующей движению толкателя и силы, препятствующей этому движению. Рассмотрим это подробнее.

Согласно теории высшей кинематической пары, сила, с которой кулачок действует на толкатель, направлена вдоль нормали к профилю кулачка (сила R на

рис. 13.5). Разложим эту силу на две составляющие: силу Q, направленную вдоль движения толкателя, и силу T перпендикулярную этому движению. Сила Q способствует движению толкателя, так как направлена вдоль его направляющих, а сила T препятствует этому движению, так как стремится перекосить толкатель в направляющих и увеличивает трение при его движении. Значит, условие передачи силы зависит от соотношения величин сил Q и T. При работе кулачкового механизма это соотношение меняется, так как наклон нормали n-n к направлению движения толкателя изменяется от нуля на участках дальнего и ближнего стояния (в этих случаях сила T отсутствует) до некоторой конечной величины.

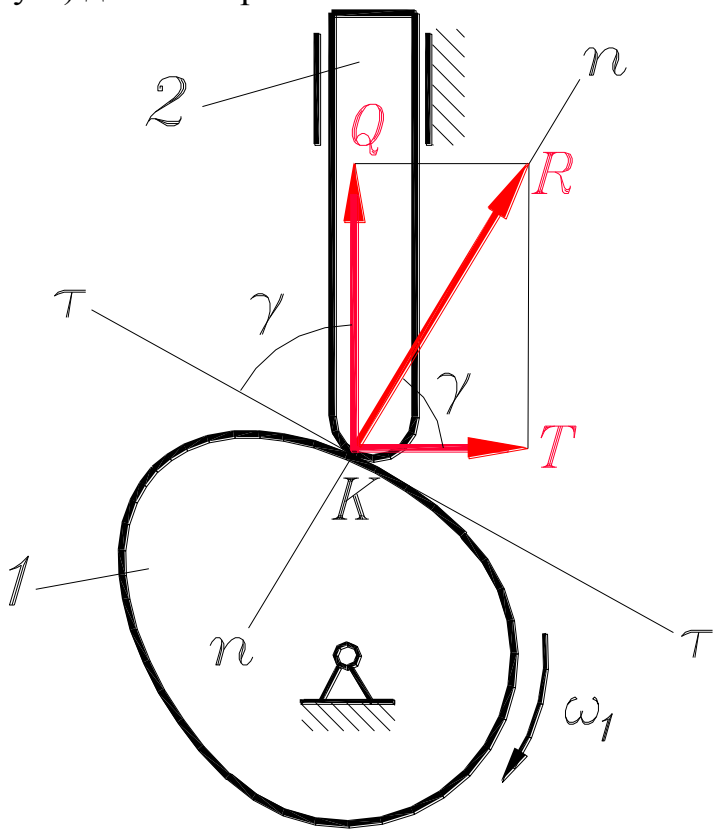



Рис. 13.5

Из приведенного силового разложения следует: для лучшей работы кулачкового механизма с точки зрения условий передачи движения (или, говорят, с точки зрения динамики) надо, чтобы сила Q, способствующая движению, была большей, а сила T, препятствующая движению, была меньшей. Для упрощения анализа соотношения величин сил Q и T используется параметр, который называется угол передачи движения и обозначается греческой буквой γ: это острый угол между касательной к профилю кулачка и линией движения контактной точки толкателя (рис. 13.5). Так как такой же угол γ находится между векторами сил Q и T, то можно сделать следующий вывод: для лучшей, с точки зрения динамики, работы кулачкового механизма надо, чтобы угол передачи движения был большим.

Заметим также, что угол γ находится и в плане скоростей между векторами абсолютной и относительной скоростей толкателя (рис. 13.1). Это замечание будет использовано в дальнейшем.

При работе кулачкового механизма это угол меняется от $90^0$ на участках стояния до некоторой минимальной величины на фазах удаления и возвращения.

Поэтому, более конкретно вышеуказанное правило выглядит так: при прочих равных условиях тот кулачковый механизм будет работать лучше, у которого минимальный угол передачи движения больше.

С этой точки зрения следует сравнивать разные кулачковые механизмы, обеспечивающие один и тот же характер движения толкателей. У таких механизмов одинаковые фазовые углы, одинаковый ход толкателя (ход толкателя – это расстояние между его крайними позициями) и идентичные профили на участках удаления и возвращения. Разница этих кулачковых механизмов состоит только в размерах кулачка, то есть, в размере окружности минимального радиуса $r_{min}$. На рис. 13.6 совмещены две схемы центральных кулачковых механизмов, обеспечивающих одинаковое движение своих толкателей, но имеющих разные размеры кулачков, то есть, разные радиусы минимальных окружностей. Остальные параметры одинаковы: фазовые углы, ход толкателя h (в данном случае – это расстояние между окружностями минимальных и максимальных радиусов на участках дальнего стояния); кроме того, профили кулачков на участках удаления и возвращения выполнены подобными. Оба кулачковых механизма показаны в одинаковых позициях, то есть, углы поворота кулачков относительно толкателя одинаковы. С малым кулачком толкатель контактирует в точке К', а с большим – в точке К". Через контактные точки проведены касательные τ'-τ' и τ"-τ". Из рис. 13.6 видно, что угол передачи движения для большого кулачкового механизма больше, чем для малого. В общем случае можно записать: если $r"_{min} > r'_{min}$, то γ">γ'.

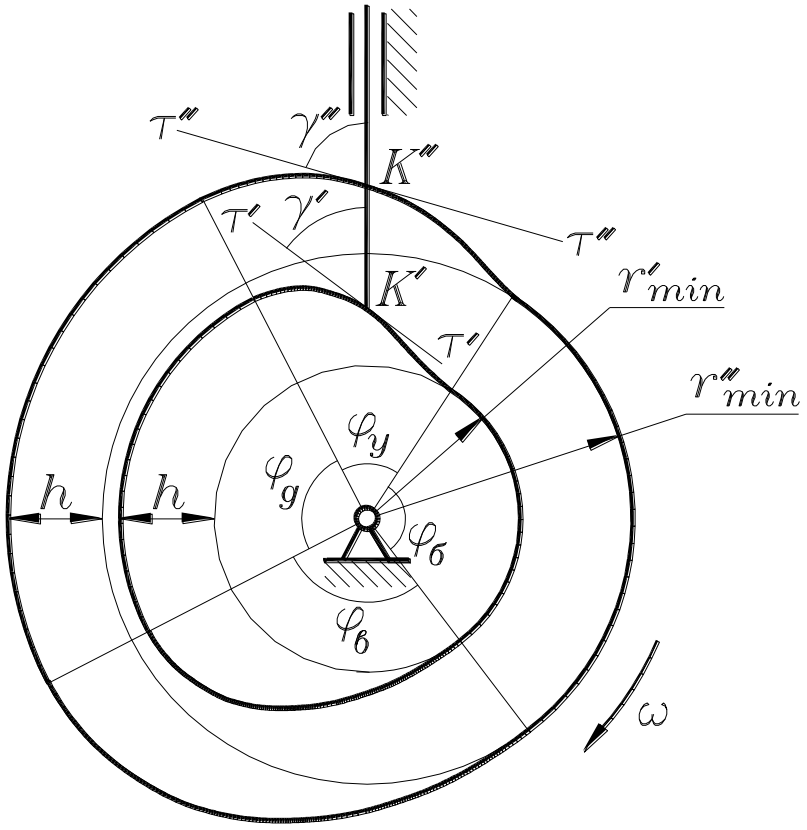



Рис. 13.6.

Отсюда можно сделать вывод: при прочих равных условиях, чем большие габариты у кулачкового механизма, тем лучше условия передачи движения от кулачка к толкателю, или, говорят, тем лучше динамика работы кулачкового механизма. Однако, это динамическое условие входит в противоречие с одним из главных условий проектирования машин – условием минимальных габаритов конструкции.

Чтобы удовлетворить двум указанным условиям, при проектировании кулачковых механизмов учитываются значения минимально допустимых углов передачи движения $\gamma_{min}$ , которые приводятся в справочной литературе для различных

типов кулачковых механизмов. В таблице 13.1 приведены некоторые из этих значений.

Таблица 13.1

| Кулачковые механизмы | Минимально допустимые углы передачи движения γ, град |
|---|---|
| С остроконечным толкателем | 50÷60 |
| С закругленным толкателем | 40÷50 |
| С роликовым толкателем | 30÷40 |

**Контрольные вопросы:**

1. Как называется метод кинематического исследования кулачковых механизмов?
2. Что такое аналог скорости и аналог ускорения?
3. В чем заключается графическое дифференцирование кинематических диаграмм кулачковых механизмов?
4. Как рассчитываются масштабы осей координат кинематических диаграмм?
5. Как обеспечить равенство масштабов осей ординат кинематических диаграмм?
6. Чем характеризуются жесткие и мягкие удары при работе кулачковых механизмов?
7. Как избежать ударов при проектировании кулачковых механизмов?
8. Как называется самый простой безударный кулачок?
9. Какова методика построения планов скоростей кулачковых механизмов?
10. Как используются величины передаточных отношений для нахождения скорости толкателя в заданном положении кулачкового механизма?
11. Что такое угол передачи движения в кулачковом механизме?
12. Чему равен угол передачи движения в кулачковом механизме с плоским толкателем?
13. Каково наилучшее значение угла передачи движения?ъ
14. Как зависит величина угла передачи движения от габаритов кулачкового механизма?
15. Каковы значения углов передачи движения для кулачковых механизмов различных типов?

## Лекция № 13
## Проектирование кулачковых механизмов.

**План лекции:**

1. Определение величин углов передачи движения в различных позициях кулачкового механизма.

2. Построение графика S(V) по кинематическим диаграммам.

3. Определение области расположения центра кулачка.

4. Использование эксцентриситета для улучшения условий передачи движения.

5. Профилирование кулачка.

6. Ход проектирования кулачкового механизма.

**Цель лекции:**

Габариты кулачкового механизма, определяемые величиной минимального радиуса кулачка, зависят от значений допустимых углов передачи движения. Без учета этой зависимости невозможно проектирование механизма с заданными параметрами. На примере простейшего кулачкового механизма изучим методику определения минимального радиуса кулачка по заданным значениям минимально допустимых углов передачи движения.

**Опорные слова:**

1. Минимальный радиус кулачка - радиус окружности участка ближнего стояния кулачка.
2. Профилирование кулачка - построение профиля кулачка по диаграмме движения толкателя при известном минимальном радиусе кулачка.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 52-65.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 99-107.

Определение минимального радиуса кулачка.

В основе методики определения минимального радиуса кулачка по величине угла передачи движения лежит определение, согласно которому, угол передачи движения в заданной позиции кулачкового механизма – это угол между векторами абсолютной и относительной скоростей толкателя в этой позиции. Этот угол меняется по мере вращения кулачка. Чтобы получить компактную картину изменения углов передачи движения и связать их с минимальным радиусом кулачка выполним следующие действия.

На схеме механизма, выполненной в масштабе $\mu_l$ (рис. 14.1), покажем требуемое число позиций толкателя в обращенном движении: на рис. 14.1 дано 10 позиций. Для одной из позиций (на рис. 14.1 – для четвертой) построим план скоростей в масштабе $\mu_v=\mu_l\omega_1$, как это было показано в лекции № 13: вектор скорости $pk_1$ контактной точки кулачка равен и перпендикулярен радиус-вектору точки $К_4$, вектор относительной скорости $k_1k_2$ параллелен касательной к профилю кулачка, проведенной через контактную точку $К_4$, а вектор абсолютной скорости толкателя $pk_2$ параллелен направлению движения толкателя вдоль направляющих, в рассматриваемом случае – параллелен радиус-вектору точки $К_4$.

Теперь повернем план скоростей на $90^0$ в направлении вращения кулачка и затем совместим его со схемой механизма так, чтобы полюс плана совпал с

контактной точкой $К_4$. Тогда вектор $pk_1$ совпадет с радиус-вектором точки $К_4$, вектор $k_1k_2$ будет параллелен нормали к профилю, проведенной через контактную точку, а вектор $pk_2$ перпендикулярен к направлению движения толкателя. Для упрощения чертежа точка $k_1$ не обозначена, а обозначение $k_2$ заменено цифрой 4 номера позиции.

Повернутые планы скоростей, совмещенные со схемой механизма, во всех остальных позициях можно строить без предварительных действий, а по правилам предыдущего абзаца.

Повернем все планы скоростей в вертикальную позицию, то есть, в позицию, где толкатель показан вертикально. Повернутые векторы $pk_1$ планов скоростей совпадут друг с другом (на рис. 14.1 эти векторы не показаны). Повернутые векторы абсолютных скоростей толкателя $pk_2$ расположатся горизонтально и обозначены цифрами соответствующих позиций толкателя. Повернутые векторы относительных скоростей $k_1k_2$ соединяют центр вращения кулачка с концами повернутых векторов абсолютных скоростей толкателя, обозначенных цифрами.

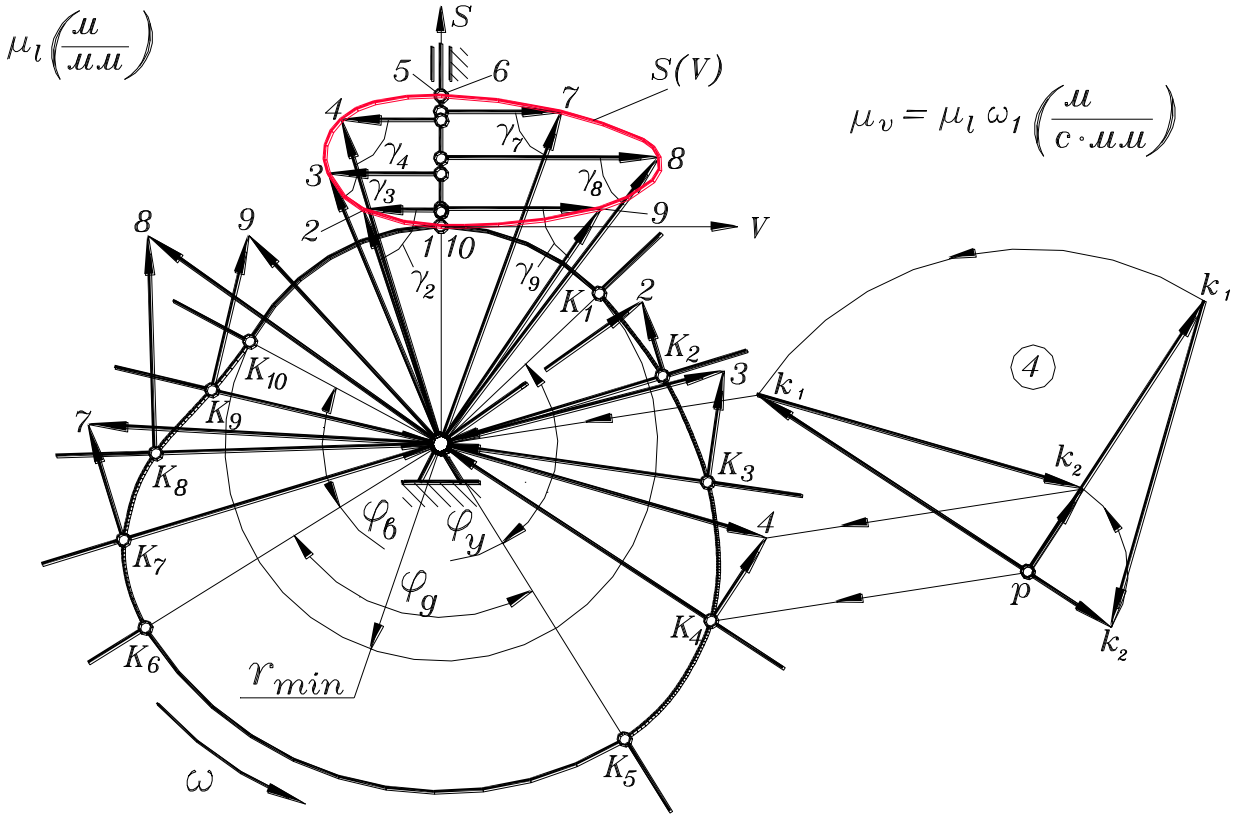



Рис. 14.1.

Согласно определению, приведенному выше, углы между векторами абсолютных и относительных скоростей толкателя – есть углы передачи движения $\gamma$ в различных позициях кулачкового механизма внутри фаз удаления и возвращения. Из рисунка видно, что угол $\gamma$ тем меньше, чем больший наклон к вертикали имеет линия, соединяющая центр кулачка с концом вектора абсолютной скорости толкателя. Чтобы найти минимальные значения углов передачи движения $\gamma$ надо соединить концы векторов абсолютных скоростей плавной линией и провести к ней касательные из центра кулачка. Эта плавная кривая, выделена на рис. 14.1 красным цветом.

Заметим, что векторы скоростей, выполненные в масштабе $\mu_v=\mu_l\omega_1$, являются векторами аналогов скоростей, как это следует из формулы (12.4) лекции № 12. Поэтому можно сказать, что вышеуказанная кривая, соединяющая концы векторов, является графиком зависимости перемещения толкателя от его аналога скорости – S(V).

Отметим некоторые свойства графика S(V), которые могут понадобиться при определении минимального радиуса кулачка:

а) направление обхода графика S(V) противоположно направлению вращения кулачка;

б) если кулачок вращается против часовой стрелки (как на рис. 14.1), то левая часть графика S(V) (часть графика, находящаяся слева от оси ординат S) соответствует фазе удаления толкателя, а правая – фазе возвращения;

в) и наоборот, если кулачок вращается по часовой стрелки, то левая часть графика S(V) соответствует фазе возвращения толкателя, а правая – фазе удаления;

г) касательные к графику S(V), проведенные под минимальными углами $\gamma$ на фазах удаления и возвращения, пересекутся в центре окружности минимального радиуса кулачка.

График S(V) построен на рис. 14.1 в результате анализа существующего кулачкового механизма. Чтобы использовать подобный график при проектировании кулачкового механизма для определения минимального радиуса кулачка, надо его построить, используя кинематические диаграммы перемещения и аналога скорости толкателя.

На рис. 14.2 показано построение графика S(V) из кинематических диаграмм перемещения и аналога скорости толкателя, выполненных в одинаковых масштабах, то есть, $\mu_l=\mu_V$. При равенстве масштабов указанный график строится прямым переносом соответствующих отрезков из диаграмм перемещения и аналогов скорости, как это и показано на рисунке. Если масштабы диаграмм не равны, то при построении это необходимо учитывать, так как оси координат графика S(V) должны иметь одинаковый масштаб.

Значения минимально допустимых углов передачи движения $\gamma_{min}$ заданы при проектировании или выбраны конструктором из справочной литературы. Величины этих углов могут быть различны на участках удаления и возвращения. К графику S(V) проводятся две касательные, наклоненные к оси абсцисс на эти углы $\gamma'_{min}$ и $\gamma''_{min}$ (рис. 14.2). Теоретически, как указано в пункте г) свойств графика (см. выше), эти касательные пересекутся в центре окружности минимального радиуса кулачка. Однако практически, для исключения предельных случаев, будем считать, что центр окружности минимального радиуса проектируемого кулачка расположен внутри зоны или области, ограниченной этими касательными. На рис. 14.2 границы этой области показаны контурными линиями со штриховкой. Отстояние центра кулачка от границы определяется конструктором с учетом следующего: чем больше окружность минимального радиуса, тем лучше условия работы кулачкового механизма, но тем больше будет нарушено требование минимальных габаритов конструкции. Поэтому, этот размер должен быть небольшим, не более (10÷20)% от расстояния между точкой пересечения касательных и началом координат графика S(V). Расстояние между центром вращения кулачка и началом координат и будет являться минимальным радиусом кулачка $r_{min}$.

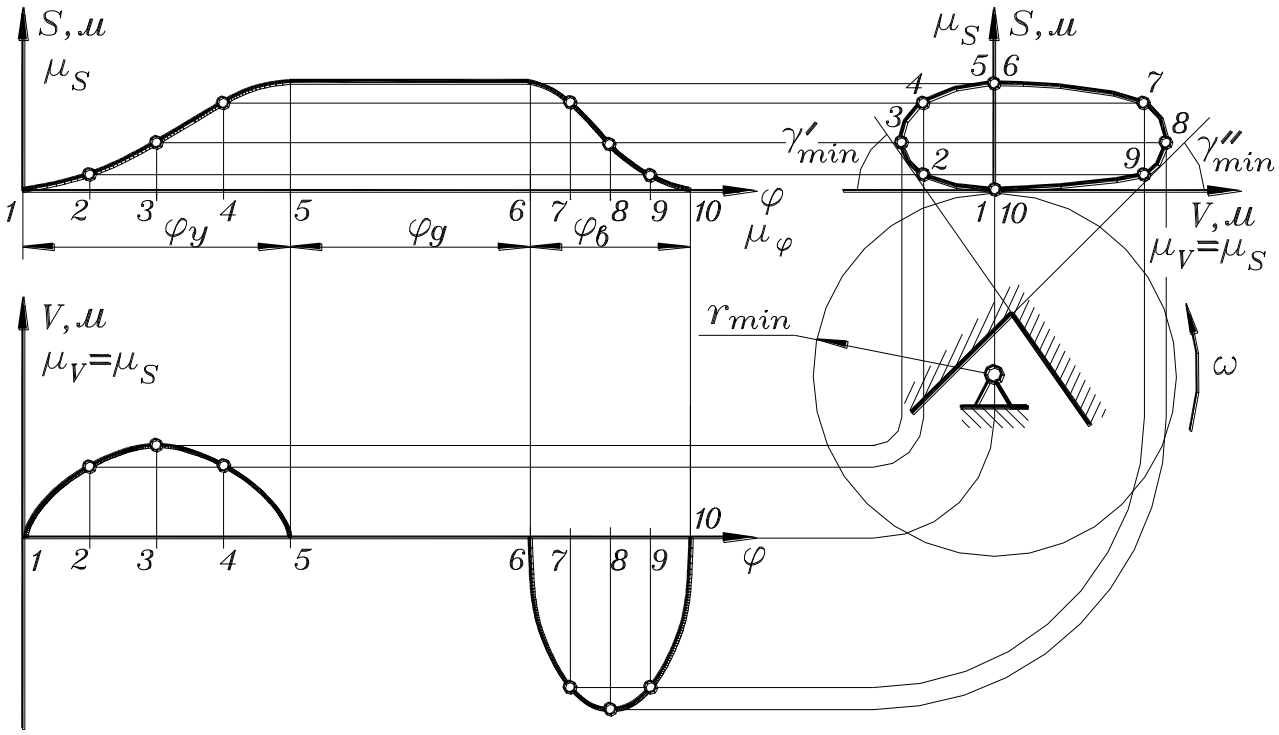



Рис. 14.2.

Заметим, что положение центра кулачка внутри допустимой зоны зависит также и от конструкции механизма. Например, если механизм центральный, то центр кулачка расположен на продолжении оси ординат графика S(V), если механизм нецентральный, то центр кулачка смещен от этой оси на величину заданного эксцентриситета. Если же конструкция механизма заранее не определена, то есть возможность, располагая центр вращения кулачка справа или слева от оси ординат графика S(V), улучшить условия работы проектируемого кулачкового механизма на фазе удаления, так как именно на этой фазе происходит передача силы от кулачка к толкателю.

Так, из графика S(V) на рис. 14.2 видно, что фаза удаления толкателя соответствует участку 1-5 графика. Чтобы улучшить условия передачи сил на этом участке, надо возможно увеличить углы передачи движения в позициях 2, 3 и 4. Поэтому, есть смысл переместить центр кулачка влево от оси ординат графика.

Еще одно замечание относительно направления вращения кулачка. Из рис. 14.2 видно, что направление обхода графика S(V) – по часовой стрелке, значит, проектируемый кулачок будет вращаться против часовой стрелки, как это и показано на рисунке. Если же проектируемый кулачок должен вращаться в противоположном направлении, то следует изменить направление обхода графика S(V), расположив его зеркально относительно оси ординат.

Описанный метод определения минимального радиуса кулачка пригоден для кулачковых механизмов с остроконечным, закругленным и роликовым поступательно движущимся толкателем. Методы определения минимального радиуса кулачка для кулачковых механизмов с плоским толкателем и качающимся толкателем рассмотрены в [2] и [16].

Определив размер окружности минимального радиуса, мы нашли профиль кулачка на участке ближнего стояния толкателя. Следующий этап – определение формы кулачка на других участках, или профилирование кулачка.

Профилирование кулачка.

Профилирование, или построение профиля кулачка – это процесс, обратный анализу кулачкового механизма, то есть, построению диаграммы перемещения толкателя по известному профилю кулачка (этот процесс описан в лекции № 12). Значит, исходными данными для профилирования являются диаграмма перемещения толкателя и окружность минимального радиуса кулачка.

Покажем, как производится профилирование кулачка при проектировании кулачкового механизма с поступательно движущимся роликовым толкателем.

Прежде всего, в произвольном масштабе длин $\mu_l$ изображаем окружность минимального радиуса $r_{min}$ (рис. 14.3). Из произвольного положения (на рис. 14.3 – горизонтального) откладываем фазовые углы удаления $\varphi_у$, дальнего стояния $\varphi_д$ и возвращения $\varphi_в$ в направлении противоположном направлению вращения кулачка. Проведя вспомогательную окружность большого радиуса (для увеличения точности построений), делим эти углы на части таким же образом, как они были разделены на кинематической диаграмме перемещения толкателя (рис. 14.2). На полученных лучах от окружности минимального радиуса откладываем соответствующие отрезки из диаграммы перемещений. Это действие справедливо только при условии равенства масштабов $\mu_s$ – диаграммы перемещений и $\mu_l$ – схемы проектируемого механизма. Если эти масштабы не равны, то их отношение должно учитываться при переносе отрезков из диаграммы на схему механизма. Соединив концы отрезков перемещений толкателя плавной кривой (на участках дальнего и ближнего стояний – это будут дуги окружностей) получим теоретический профиль кулачка, или траекторию центра ролика толкателя в обращенном движении. Теперь на этой траектории следует изобразить окружности с радиусом ролика $r_p$. Действительный профиль кулачка будет вписан в окружности с радиусом ролика. Радиус ролика назначается с учетом двух конструктивных условий.

1. Условие соответствия габаритов. Радиус ролика должен соответствовать минимальному радиусу кулачка следующим образом

2. Радиус ролика должен быть меньше минимального радиуса кривизны профиля: Неучет второго условия может привести в заострению действительного профиля кулачка (рис. 14.4,а), и такой кулачок станет неработоспособным, или к тому, что толкатель не будет отслеживать его профиль (рис. 14.4,б), что приведет к искажению характера движения толкателя. Методика определения минимального радиуса кривизны профиля кулачка описана в [2].

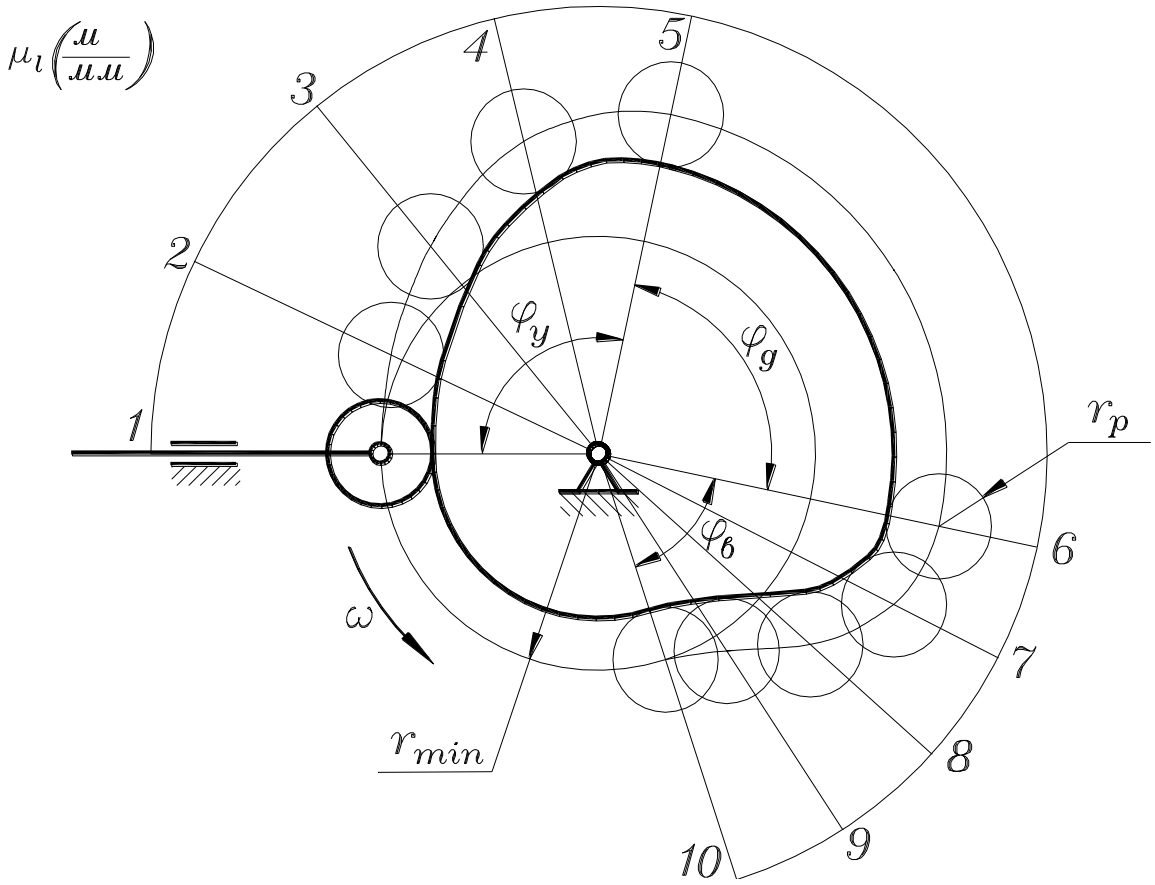



Рис. 14.3.

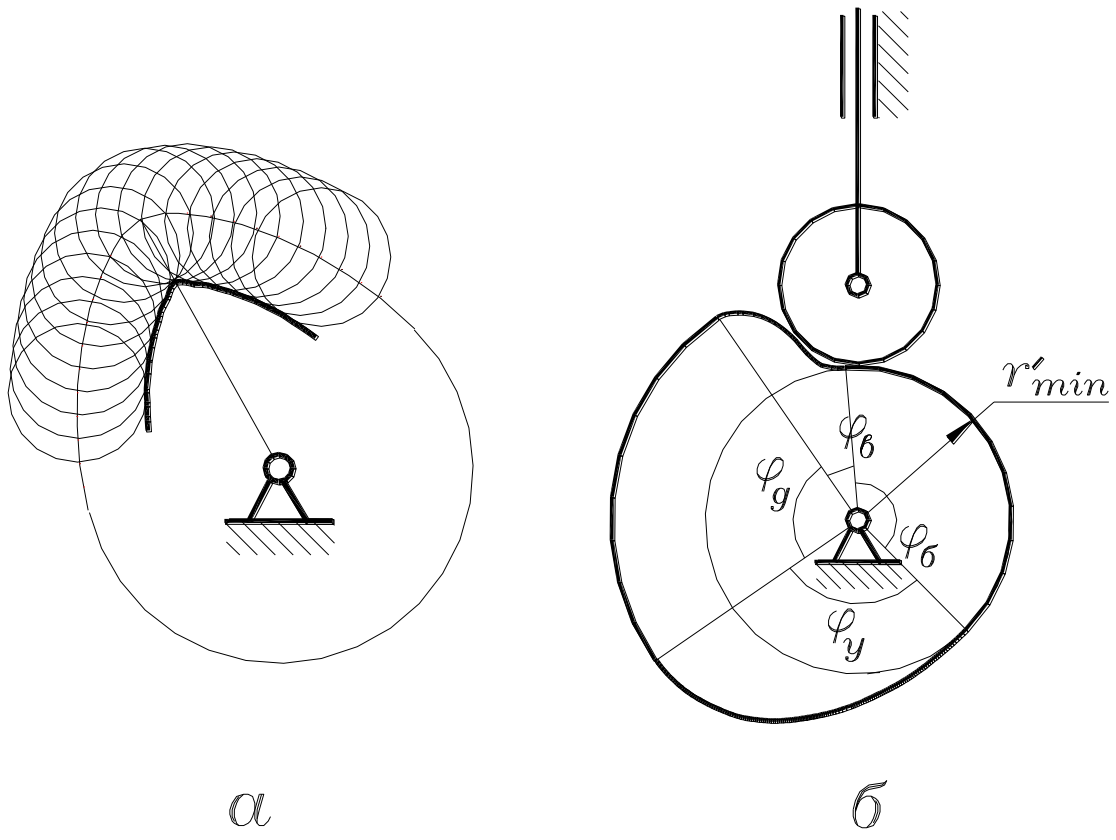



Рис. 14.4.

Последовательность проектирования.

Последовательность проектирования кулачкового механизма зависит от задания на проектирование. При этом возможны два варианта.

1. Характер движения толкателя задан. Такой случай может иметь место при проектировании кулачковых механизмов кулачковых машин-автоматов. Рабочие органы таких машин приводятся в движение кулачковыми механизмами. Например, в токарном автомате продольно-фасонного точения необходимо обеспечить равномерное движение суппортов с резцами. При проектировании механизмов систем управления самолетом также может быть подобная необходимость. Например, поворот заслонки трубопровода системы кондиционирования воздуха должен происходить с заданным законом изменения скорости.

2. Характер движения толкателя не задан. Такой случай имеет место при проектировании кулачковых механизмов, когда характер движения рабочих или вспомогательных органов машин, приводимых от толкателя, не имеет значения. Например, при открывании клапанов компрессоров или двигателей внутреннего сгорания, при отводе долбяка от заготовки в зубодолбежном станке, при замыкании и размыкании контактов в электротехнических устройствах.

Рассмотрим исходные данные и ход проектирования в обоих случаях.

Характер движения толкателя задан.

Исходные данные:

- тип кулачкового механизма;
- частота вращения кулачка в об/мин;
- фазовые углы кулачкового механизма в град;
- ход (максимальное перемещение) толкателя в мм при поступательно движущемся толкателе, или в град при качающемся толкателе;
- характер движения толкателя, заданный аналитически в виде математической зависимости, или графически в виде кинематической диаграммы;

Ход проектирования.

1. Построение диаграммы перемещения толкателя.
2. Построение диаграммы аналога скорости толкателя методом графического дифференцирования графика перемещения (желательно, в том же масштабе).
3. Построение графика аналога скорости в функции перемещения контактной точки толкателя путем графического исключения углового параметра из диаграмм перемещения и аналога скорости.
4. Проведение к полученному графику двух касательных, наклоненных к оси абсцисс под минимально допустимыми углами передачи движения, для определения зоны расположения центра кулачка и нахождения его минимального радиуса.
5. Профилирование кулачка.

Характер движения толкателя не задан.

В этом случае конструктор сам выбирает характер движения толкателя, руководствуясь динамическими соображениями: наличие или отсутствие жестких и мягких ударов, закон изменения ускорения. Поэтому, в исходных данных будет задан не характер движения толкателя, а характер изменения его ускорения в процессе работы. Остальные исходные данные – такие же, как и в предыдущем случае.

Ход проектирования.

1. Построение диаграммы аналога ускорений толкателя.
2. Построение диаграммы аналога скорости толкателя методом графического интегрирования графика аналога ускорений.
3. Построение диаграммы перемещений толкателя методом графического интегрирования графика аналога скорости.
4. Остальные пункты те же, что и в предыдущем случае.

**Контрольные вопросы:**

1. Как строится график зависимости перемещения толкателя от его аналога скорости?
2. Как с помощью графика S(V) найти величины углов передачи движения в различных позициях кулачкового механизма?
3. Как построить график S(V) с помощью кинематических диаграмм толкателя кулачкового механизма?
4. Как определить область расположения центра кулачка при проектировании кулачкового механизма?
5. В чем заключается профилирование кулачка?
6. Каковы три условия выбора радиуса ролика при проектировании кулачкового механизма с роликовым толкателем?
7. Какова последовательность проектирования кулачкового механизма при заданном характере движения толкателя?

## Лекция № 14
## Зубчатые механизмы.

**План лекции:**

1. Определение зубчатого механизма.
2. Виды зубчатых механизмов.
3. Виды зубчатых передач.
4. Основной закон зацепления.
5. Условие постоянства передаточного отношения.
6. Эвольвента и ее свойства. Геометрические параметры эвольвентного нулевого зубчатого колеса.
7. Изготовление зубчатых колес методом копирования.
8. Изготовление зубчатых колес методом обкатки.
9. Образование положительных и отрицательных колес
10. Преимущества и недостатки положительных и отрицательных колес и области их использования.

**Цель лекции:**

Зубчатые механизмы являются наиболее употребительными в технике. Такие механизмы лежат в основе конструкции почти всех передаточных механизмов, используемых в машинах. Вот наиболее общее определение этих механизмов: в зубчатом механизме движение передается посредством специальных выступов на звеньях, сменяющих друг друга в процессе работы; эти выступы называются зубьями, а звенья - зубчатыми колесами. Существует исключение - одно из звеньев зубчато-реечного механизма является зубчатой рейкой. Но большинство звеньев зубчатых механизмов - это зубчатые колеса, как правило, круглые, хотя и существуют зубчатые механизмы с некруглыми колесами. Различают два вида зубчатых механизмов: с неподвижными осями колес и, с подвижными осями некоторых колес, В механизмах первого вида оси колес неподвижны относительно стойки: редукторы подъемных кранов, коробки передач автомобилей, коробки скоростей металлорежущих станков и т.д. В зубчатых механизмах второго вида оси некоторых колес подвижны относительно стойки. Такие механизмы называются планетарными, они лежат в основе конструкции планетарных редукторов, используемых, в основном, в транспортных машинах, в частности, в самолетах и вертолетах для передачи движения от двигателя к винту и в системах управления.

**Опорные слова:**

1. Зубчатый механизм - это механизм, в котором движение передается посредством специальных выступов на звеньях, сменяющих друг друга в процессе работы.
2. Цилиндрическая передача - передача с параллельными осями колес.
3. Коническая передача - передача с пересекающимися осями колес.
4. Гиперболоидная передача - передача с перекрещивающимися осями колес.
5. Линия зацепления - это геометрический след контактных точек.
6. Эвольвента - это кривая, образующаяся при перекатывании производящей прямой по основной окружности.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 52-65.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 108-116.

Зубчатые механизмы являются наиболее употребительными в технике. Такие механизмы лежат в основе конструкции почти всех передаточных механизмов, используемых в машинах. Вот наиболее общее определение этих механизмов: в зубчатом механизме движение передается посредством специальных выступов на звеньях, сменяющих друг друга в процессе работы; эти выступы называются зубьями, а звенья – зубчатыми колесами. Существует исключение – одно из звеньев зубчато-реечного механизма является зубчатой рейкой. Но большинство звеньев зубчатых механизмов – это зубчатые колеса, как правило, круглые, хотя и существуют зубчатые механизмы с некруглыми колесами [6].

Различают два вида зубчатых механизмов: с неподвижными осями колес и с подвижными осями некоторых колес. В механизмах первого вида оси колес неподвижны относительно стойки: редукторы подъемных кранов, коробки передач автомобилей, коробки скоростей металлорежущих станков и т.д. В зубчатых механизмах второго вида оси некоторых колес подвижны относительно стойки. Такие механизмы называются планетарными, они лежат в основе конструкции планетарных редукторов, используемых, в основном, в транспортных машинах, в частности, в самолетах и вертолетах для передачи движения от двигателя к винту и в системах управления.

## Виды зубчатых передач.

Основу конструкции любого сложного зубчатого механизма составляют простейшие зубчатые механизмы, называемые передачами (точнее, зубчатыми передачами). Передача является трехзвенным механизмом, она содержит два зубчатых колеса и стойку. Различают три вида передач:

- с параллельными осями колес;
- с пересекающимися осями колес;
- с перекрещивающимися осями колес.

Рассмотрим их подробнее.

Передачи с параллельными осями колес.

У зубчатых колес таких передач зубья располагаются по образующим цилиндров. Поэтому они называются цилиндрическими передачами. Схема цилиндрической передачи показана на рис. 15.1,а. В кинематических схемах машин такую передачу часто изображают в виде прямоугольников, как это показано на рис. 15.1,б. Крестики внутри прямоугольников зубчатых колес обозначают их жесткое крепление на валах. Различают цилиндрические передачи прямозубые, косозубые и с шевронными зубьями. Зубья прямозубых колес параллельны их осям, зубья косозубых колес располагаются по винтовым линиям на цилиндрах. Угол наклона зубьев к оси колеса $\beta=(10\div15)^0$ (рис. 15.1,б). Легко представить, что из-за использования наклонных зубьев в косозубых передачах возникают осевые нагрузки. Чтобы избежать их в тяжело нагруженных передачах используют зубья с двойным наклоном, так называемые шевронные зубья (рис. 15.1,в). Надо сказать, что такие зубчатые колеса сложны в изготовлении, поэтому используются редко (например, в прокатных станах).

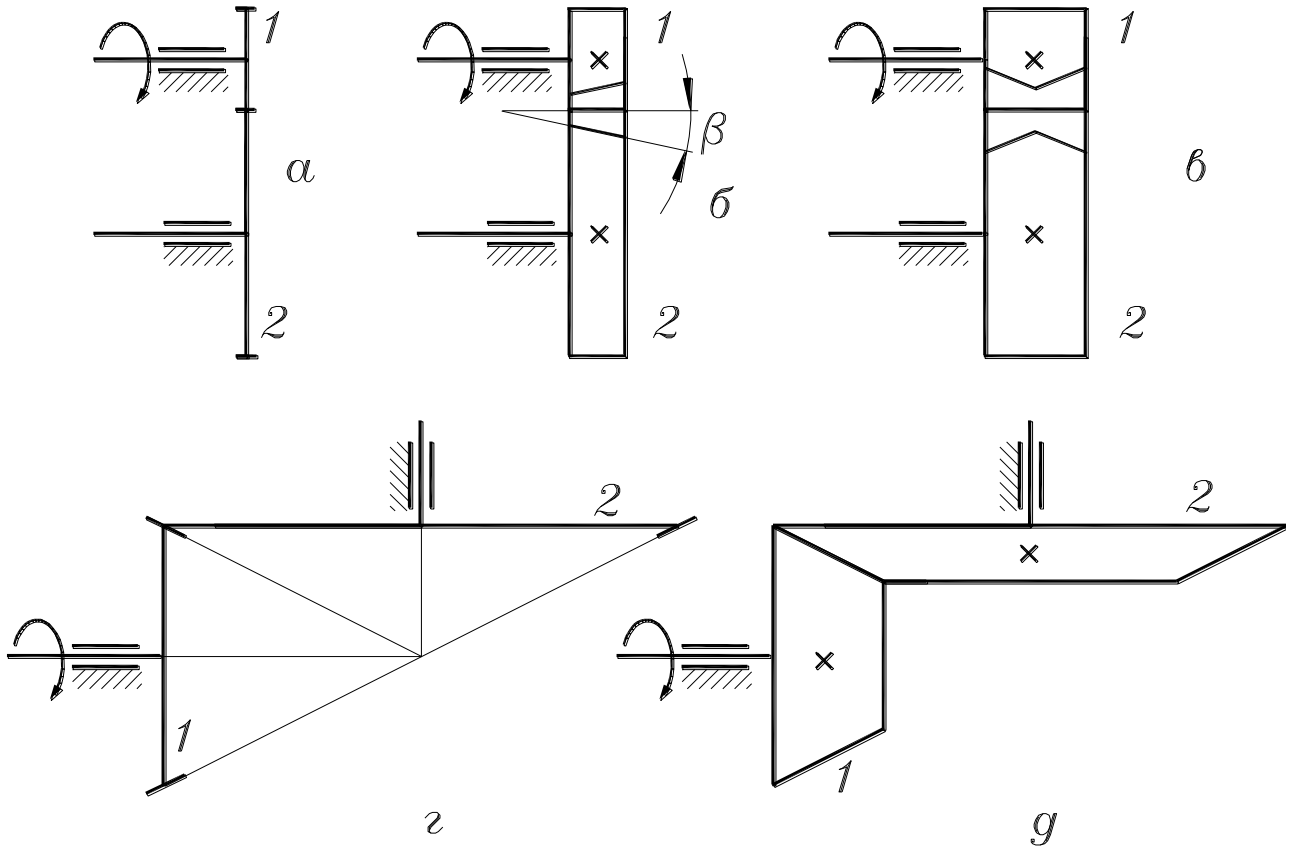



Рис. 15.1.

Передачи с пересекающимися осями колес.

У зубчатых колес таких передач зубья располагаются на образующих усеченных конусов, поэтому они называются коническими передачами. Схема конической передачи приведена на рис. 15.1,г. Угол пересечения осей колес может быть любым, но в большинстве случаев этот угол равен $90^0$. Коническую передачу часто изображают в виде усеченных конусов, как это показано на рис. 15.1,д. Так же, как и в предыдущем случае, крестики означают жесткое крепление колес на валах. Среди конических передач различают прямозубые, косозубые и передачи с круговыми зубьями. Зубья прямозубых колес располагаются вдоль образующих усеченных конусов, косозубых – по винтовым линиям на конусах, а круговые зубья в плане очерчены по окружностям (для упрощения техпроцесса, такие зубья образуются круговым режущим инструментом).

Передачи с перекрещивающимися осями колес.

Зубья колес таких передач располагаются по образующим гиперболоидов вращения. Гиперболоид вращения образуется следующим образом. Если к оси, находящейся в подшипниках (рис. 15.2,а) жестко прикрепить рейку, расположенную в другой плоскости, и привести эту жесткую систему во вращение вокруг оси, то рейка оставит в пространстве след, являющийся гиперболоидом вращения. Не смотря на то, что гиперболоид вращения – это поверхность двойной кривизны, он образован при помощи прямой линии. Поэтому, если к гиперболоиду вращения в определенном положении приложить прямую линейку, то она ляжет на его поверхность без зазора. Вдоль этих прямых, образующих гиперболоид, и располагаются зубья колес. Соответственно, такие передачи называются гиперболоидными.

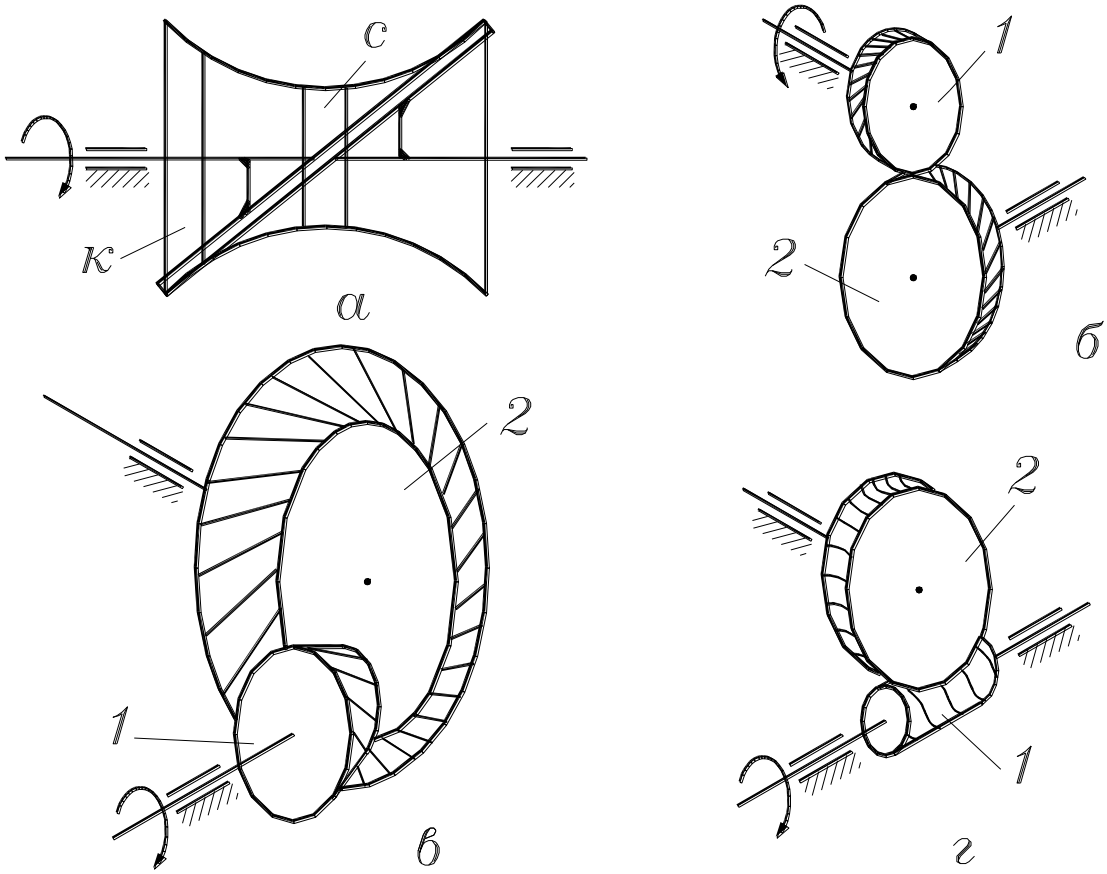



Рис. 15.2.

Для образования зубчатых колес используется не весь гиперболоид, а его отдельные части. Если для зубчатых колес взята средняя часть гиперболоида вращения (*с* на рис. 15.2,а), то такие колеса образуют винтовую передачу (рис. 15.2,б). Обычно, в такой передаче угол скрещивания валов равен $90^0$, а зубья расположены на винтовых линиях, угол подъема которых – $45^0$. С виду эти колеса подобны косозубым цилиндрическим, но с большим углом наклона зубьев. Кривизна гиперболоидной поверхности на малой ширине колеса не заметна.

Если для зубчатых колес взята крайняя часть гиперболоида (к на рис. 15.2,а), то такие колеса образуют гипоидную передачу (рис. 15.2,в). Обычно, в такой передаче, как и в предыдущем случае, угол скрещивания равен $90^0$. С виду колеса гипоидных передач подобны косозубым коническим, но с большим углом наклона зубьев. Кривизна гиперболоидной поверхности незаметна. Гипоидные передачи используются в автомобилях и тракторах в качестве главной передачи к ведущим колесам для выполнения требований повышения проходимости или устойчивости этих колесных транспортных машин.

К передачам с перекрещивающимися осями колес относится и червячная передача (рис. 15.2г). Червяк 1 – это, как правило, однозаходный винт. Зубья червячного колеса 2 охватывают червяк в пределах определенного угла. Червячная передача может иметь большое передаточное отношение, но ее использование при больших мощностях ограничено из-за больших потерь на трение.

## Основной закон зацепления.

Теория зубчатых зацеплений, геометрические параметры зубчатых колес и кинематика зубчатых передач базируются на основном законе зацепления [2].

Зацепление – это картина контакта зубьев двух сопряженных (то есть, находящихся в зацеплении) зубчатых колес. Для демонстрации основного закона

зацепления можно не рассматривать всех зубьев в контакте, достаточно ограничиться изображением только тех частей профиля зубьев, которые образуют высшую кинематическую пару.

На рис. 15.3 приведена схема контакта зубьев двух зубчатых колес. Чтобы показать принадлежность контактирующих частей зубьев зубчатым колесам 1 и 2, они соединены с соответствующими центрами вращения колес $O_1$ и $O_2$.

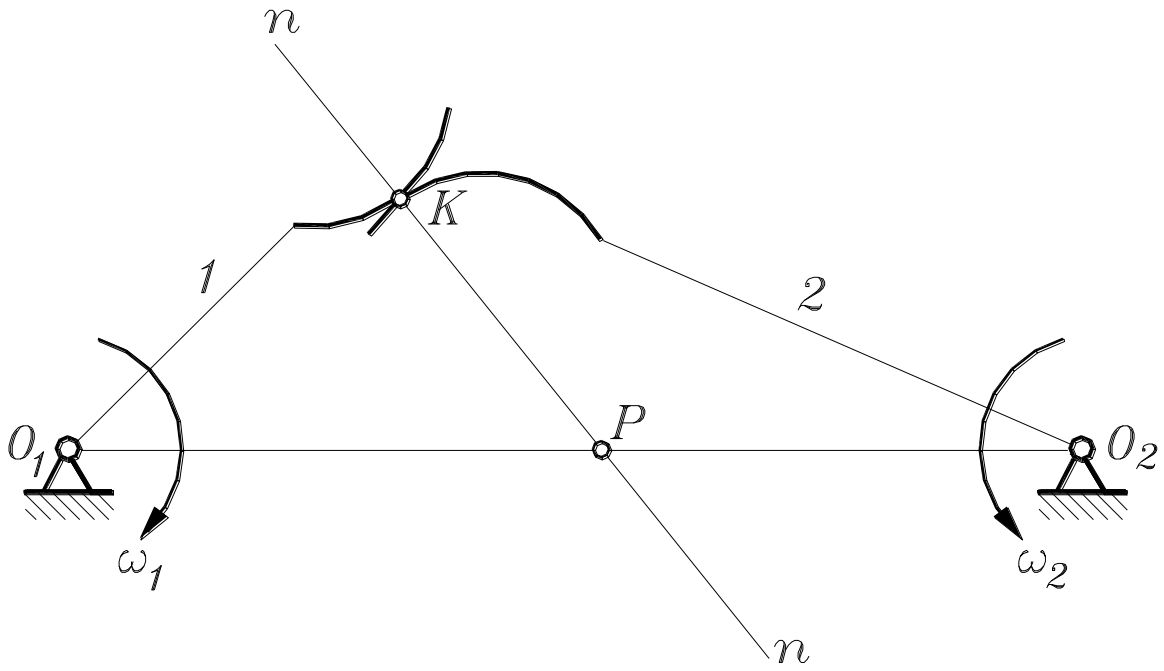



Рис. 15.3

Прямая, проведенная через центры вращения колес, называется линией центров. Согласно теории высшей кинематической пары, через точку контакта К можно провести общую нормаль n-n к профилям зубьев. Вектор силы, передаваемой от первого колеса ко второму, будет располагаться вдоль этой нормали, поэтому, она называется линией действия. В точке пересечения нормали с линией центров находится точка Р, называемая полюсом зацепления.

Основной закон зацепления формулируется следующим образом: линия действия делит линию центров на части, обратно пропорциональные угловым скоростям сопряженных зубчатых колес. Отношение угловых скоростей – это передаточное отношения, поэтому, можно записать:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}} \qquad (15.1)$$

Вывод аналогичного выражения, а, следовательно, и основного закона зацепления приведен в лекции № 13, см. рис. 13.4 и формулу (13.7).

Заметим, что в этой формуле имеет значение не только величина отрезков $O_1P$ и $O_2P$, но и их направление. Для схемы на рис. 15.3 эти отрезки направлены в противоположных направлениях. Следовательно, отношение их длин, отношение угловых скоростей и передаточное отношение – отрицательно, что говорит о противоположном направлении вращения сопряженных зубчатых колес.

Рассмотрим, как может изменяться картина зацепления и передаточное отношение в процессе передачи движения. Для этого изобразим еще одно положение зубчатых колес (звеньев 1 и 2) (рис. 15.4).

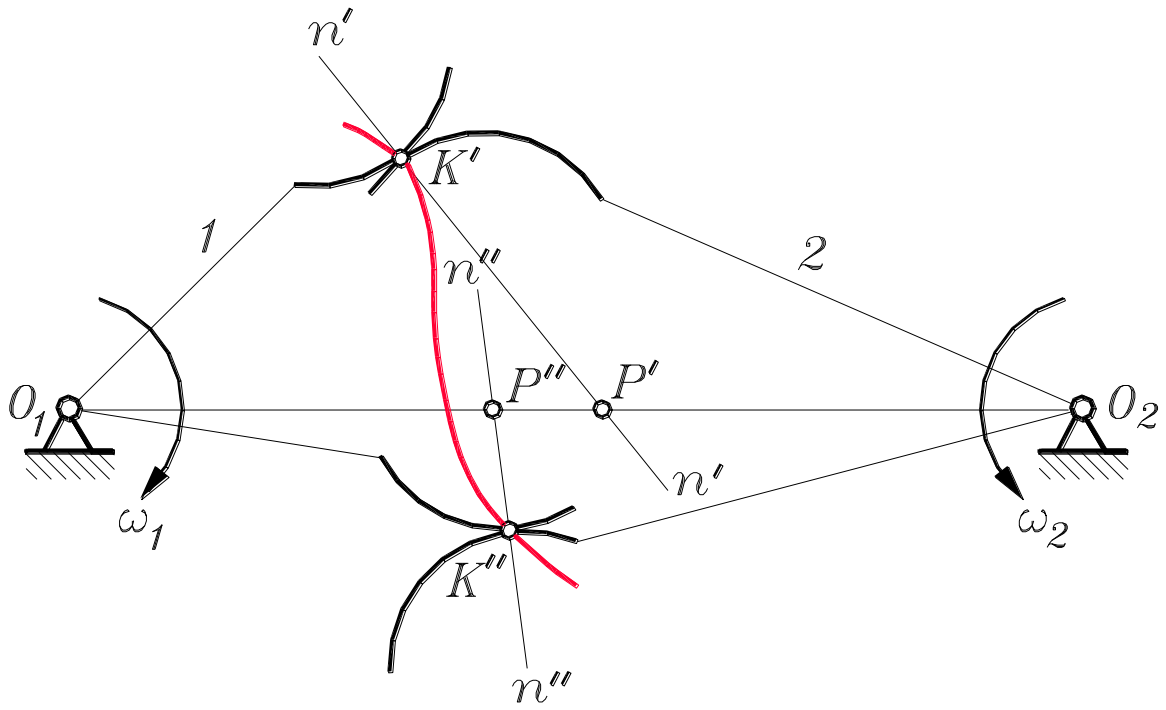



Рис. 15.4

В процессе передачи движения, контактирующие профили скользят друг по другу и контактная точка перемещается по какой-то линии. Геометрический след контактной точки называется линией зацепления. На рис. 15.4 линия зацепления выделена красным цветом.

В первой позиции нормаль n’-n’, проведенная через контактную точку К’, пересекает линию центров в полюсе Р’, значит, передаточное отношение:

$$u_{12}' = \frac{\overline{O_2P'}}{\overline{O_1P'}}$$

Во второй позиции нормаль n”-n”, проведенная через контактную точку К”, пересечет линию центров в полюсе Р”, который, в рассматриваемом случае, не совпадает с полюсом Р’. Передаточное отношение во второй позиции:

$$u_{12}'' = \frac{\overline{O_2P''}}{\overline{O_1P''}}$$

Из рис. 15.4 видно, что отношение отрезков в первой позиции и во второй различно, следовательно:

$$u_{12}' \neq u_{12}''$$

Отсюда следует простой вывод: если угловая скорость первого зубчатого колеса постоянна, то есть, оно вращается равномерно, то, в рассматриваемом случае, угловая скорость второго колеса будет непостоянной, то есть, оно будет вращаться неравномерно. Однако, для большинства случаев, это является неприемлемым. В машинах следует использовать зубчатые механизмы, обеспечивающие постоянную

угловую скорость звеньев, то есть, необходим зубчатый механизм с постоянным передаточным отношением

$$u_{12} = const$$

Для соблюдения этого условия профили зубьев должны быть таковы, чтобы общая нормаль, проведенная через точку их контакта в любой позиции, проходила через одну и ту же точку (полюс Р) на линии центров, то есть, в процессе зацепления полюс Р не должен менять своего положения на линии центров.

Такому требованию отвечают профили зубьев, очерченные по некоторым кривым, наиболее употребительной из которых является эвольвента окружности. Более двухсот лет тому назад эту кривую для профилирования зубьев предложил использовать русский ученый немецкого происхождения Эйлер. И с тех пор эвольвентный профиль зубьев с успехом используется в подавляющем большинстве зубчатых механизмов машин во всем мире.

Эвольвента и ее свойства.

Образование эвольвенты можно представить следующим образом. На барабан (рис. 15.5) намотана нить в направлении по часовой стрелке. Будем разматывать эту нить, сохраняя ее натяжение. На рис. 15.5 показано 8 позиций этой нити в процессе разматывания.

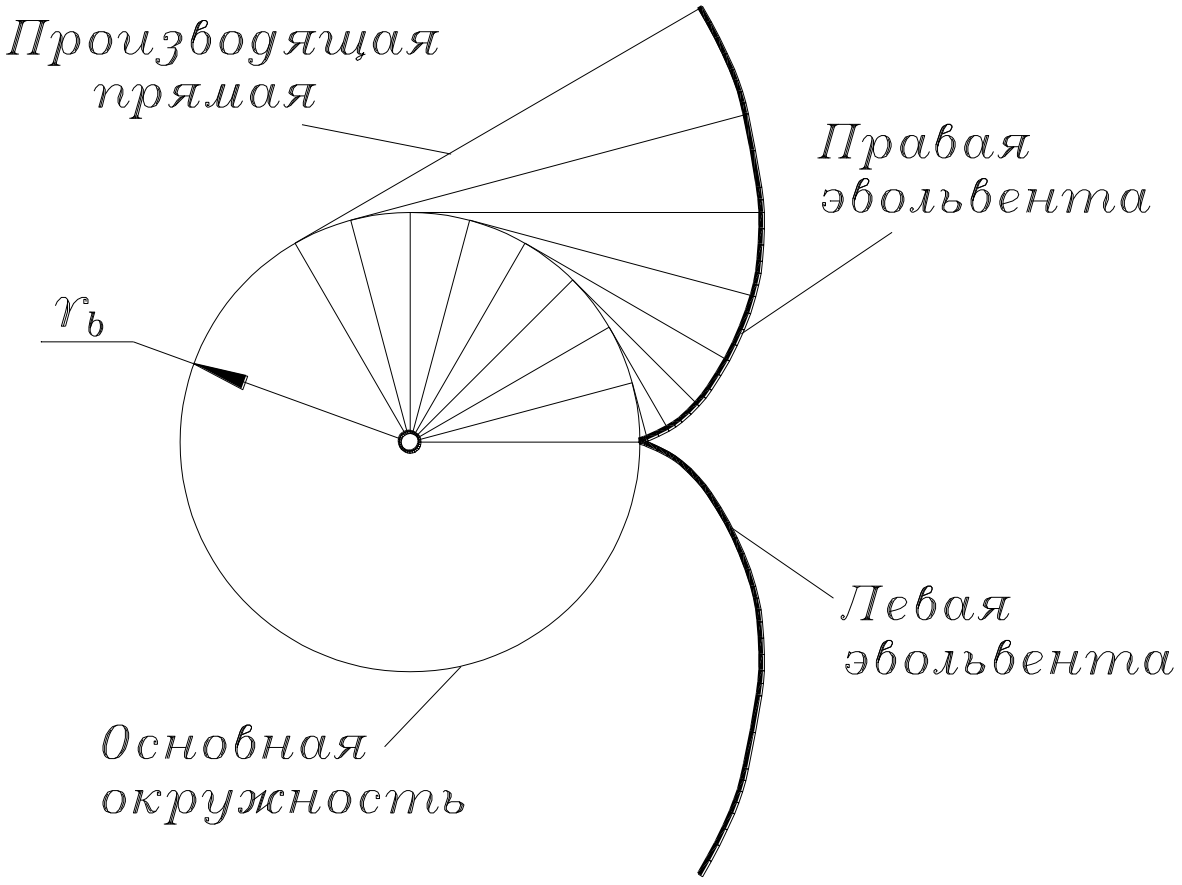



Рис. 15.5

Конец нити описывает кривую, являющуюся эвольвентой. Возможен другой способ: при перекатывании прямой по окружности точка этой прямой описывает эвольвенту. Прямая называется производящей прямой, а окружность – основной окружностью. Поэтому, можно сказать: эвольвента образуется при перекатывании производящей прямой по основной окружности.

Из способа получения эвольвенты следуют ее свойства, из которых отметим только те, которые используются при образовании зубьев колес и в процессе зацепления.

1. Нормаль к эвольвенте является касательной к основной окружности.

2. Центр кривизны эвольвенты находится на основной окружности.

3. Радиус кривизны эвольвенты в определенной точке равен длине дуги, смотанной с основной окружности.

Когда нить сматывается с барабана против часовой стрелки, то образуется правая эвольвента, так как она профилирует правую сторону будущего зуба колеса. Если нить намотана против часовой стрелки, а сматывается по часовой стрелки, то образуется левая эвольвента, профилирующая левую сторону зуба (рис. 15.5).

Геометрические параметры эвольвентного нулевого зубчатого колеса.

Геометрические параметры эвольвентных зубчатых колес стандартизованы. Рассмотрим эти параметры для нормального (нулевого) колеса. К действительным параметрам зубчатого колеса относятся следующие: число зубьев $z$, боковые стороны которых очерчены по эвольвентам; радиус окружности вершин $r_a$; радиус окружности впадин $r_f$ (рис. 16.1). Остальные параметры являются расчетными. Зуб по высоте условно делится на две части – головку и ножку при помощи делительной окружности с радиусом $r$. Высота зуба, то есть, расстояние между окружностями впадин и вершин, обозначается буквой $h$, высота головки зуба – $h_a$, высота ножки зуба – $h_f$, причем, в соответствии со стандартом,

$$h_f = 1{,}25 h_a \qquad (16.1).$$

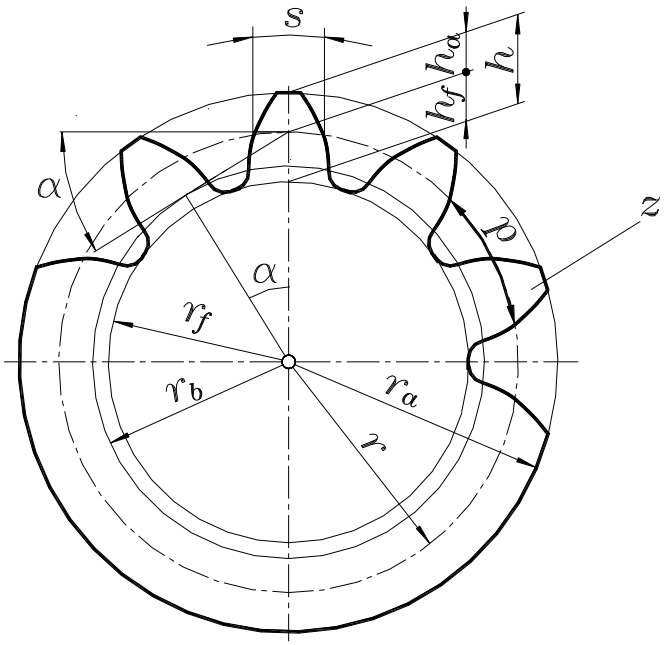



Рис. 16.1

Радиус основной окружности, от которой образуется эвольвента, $r_b$. Эта окружность может быть больше или меньше окружности впадин, в зависимости от числа зубьев колеса. Эвольвента зуба образует с окружностью вершин острую кромку, а у основания зуба эвольвента плавно переходит в окружность впадин при помощи вспомогательной кривой, называемой галтелью.

Одним из основных параметров зубчатого колеса является шаг зубьев по делительной окружности $p$ – это расстояние, измеренное по окружности, между

одноименными профилями двух смежных зубьев (рис. 16.1). Половину шага составляет толщина зуба по делительной окружности – *s*, то есть, *s=0,5p*.

Эвольвента, используемая для образования профиля зуба, начинается от основной окружности и срезается окружностью вершин. Эта часть эвольвенты определяется профильным углом $\alpha$ – это угол между двумя касательными к делительной и основной окружностям, проведенными из одной точки делительной окружности. Подробнее о профильном угле см. [15]. Для стандартных зубчатых колес $\alpha=20^0$.

Из вышеперечисленных параметров надо выбрать один стандартный, с которым были бы связаны все остальные. Причем, этот параметр должен быть таким, чтобы его значение определяло величину зуба. Больше всего для этого приспособлен шаг зубьев:

$$p = \frac{2\pi r}{z} \tag{16.2}$$

Однако выражение величины шага включает иррациональное число $\pi$, являющееся бесконечной десятичной дробью. Поэтому, шаг стандартизовать неудобно. Удобно сделать стандартной часть этого выражения без числа $\pi$. Эта величина называется модулем зуба *m*:

$$m = \frac{2r}{z} \tag{16.3}$$

Значение модуля связано с величиной зуба, а именно, модуль численно равен высоте головки зуба, то есть,

$$m=h_a \tag{16.4}$$

Модуль является стандартной величиной и измеряется в мм, поэтому, все размеры зубчатых колес измеряются в мм. Согласно стандарту, существующий ряд модулей включает значения от долей миллиметра до 100 мм. Вот только некоторые значения модулей: m=0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5 ... 100 мм. Запишем формулы, связывающие геометрические параметры зубчатого колеса с число его зубьев, стандартным модулем и стандартным профильным углом $\alpha=20^0$:

- радиус делительной окружности (с учетом (16.3)

$$r = \frac{m z}{2} \tag{16.5}$$

- радиус окружности вершин, с учетом (16.4) и рис. 16.1:

$$r_a = r + m \tag{16.6}$$

- радиус окружности впадин, с учетом (16.1) и рис. 16.1:

$$r_f = r - 1{,}25m \tag{16.7}$$

- радиус основной окружности, из рис. 16.1:

$$r_b = r\cos\alpha \tag{16.8}$$

- высота зуба, с учетом (16.1) и (16.4):

$$h=2{,}25m \tag{16.9}$$

- шаг зубьев по делительной окружности, с учетом (16.2) и (16.3):

$$p=\pi\circ m \tag{16.10}$$

- толщина зуба по делительной окружности:

$$s = \frac{p}{2} \qquad (16.11)$$

Из этих формул следует: чтобы определить все геометрические размеры стандартного нормального зубчатого колеса достаточно знать только две величины – число зубьев $z$ и модуль $m$.

## Изготовление зубчатых колес. Положительные и отрицательные колеса. Технологические ограничения.

Существует два метода изготовления зубчатых колес: метод копирования и метод обкатки.

Метод копирования предполагает копирование формы инструмента, при помощи которого вырезаются впадины между зубьями в заготовке колеса. В большинстве случаев, этими инструментами являются модульные дисковые или пальцевые фрезы (рис. 16.2). Фрезы называются модульными, так как каждая фреза может вырезать в заготовке колеса впадину между зубьями вполне определенного модуля. Однако форма зубьев одного и того же модуля может быть разной, она зависит от числа зубьев в колесе. Это следует из того, что кривизна эвольвенты зависит от радиуса основной окружности. Соответственно разной является и форма впадины между зубьями разного модуля. Значит, количество фрез одного модуля соответствует количеству зубчатых колес с разным числом зубьев этого модуля и может быть очень велико. Чтобы уменьшить количество фрез, следует допустить некоторую погрешность формы зуба и обрабатывать зубчатые колеса с близким числом зубьев (например, 20, 21 и 22) одной модульной фрезой. Поэтому, на модульных фрезах маркируется модуль и диапазон чисел зубьев зубчатых колес, которые могут быть нарезаны этой фрезой. Однако, это не единственный недостаток метода копирования. После вырезания одной впадины, заготовку зубчатого колеса следует повернуть на один угловой шаг, прорезать следующую впадину и т.д. до тех пор, пока не будут нарезаны все зубья. Кроме невысокой точности это метод весьма непроизводителен. Поэтому, в настоящее время, метод копирования при изготовлении зубчатых колес резанием практически не используется. Он используется в массовом производстве при изготовлении зубчатых колес литьем и штамповкой (сельхозмашиностроение, приборостроение), а также, в автомобилестроении при использовании специальных режущих головок.

В настоящее время, в большинстве случаев, используется метод обкатки. Представить его можно следующим образом. Положим на стол зубчатую рейку с трапецеидальными зубьями, боковые стороны которых наклонены на $20^0$ к оси зуба. Цилиндрическую заготовку зубчатого колеса из мягкого материала (из воска, или из пластилина) вдавим в эту рейку и прокатим по ней. В результате этого действия на заготовке образуются эвольвентные зубья. Возможность этого связана со свойствами эвольвенты, кривой полученной при обкатывании образующей прямой линии по основной окружности. Однако реальная заготовка зубчатого колеса выполнена из твердого материала, поэтому, ее не удастся так просто обкатать по зубчатой рейке. Поэтому, движение обкатки дополняется движением резания, для чего зубчатая рейка выполняется из твердого материала, а на ее профиле формируются режущие кромки.

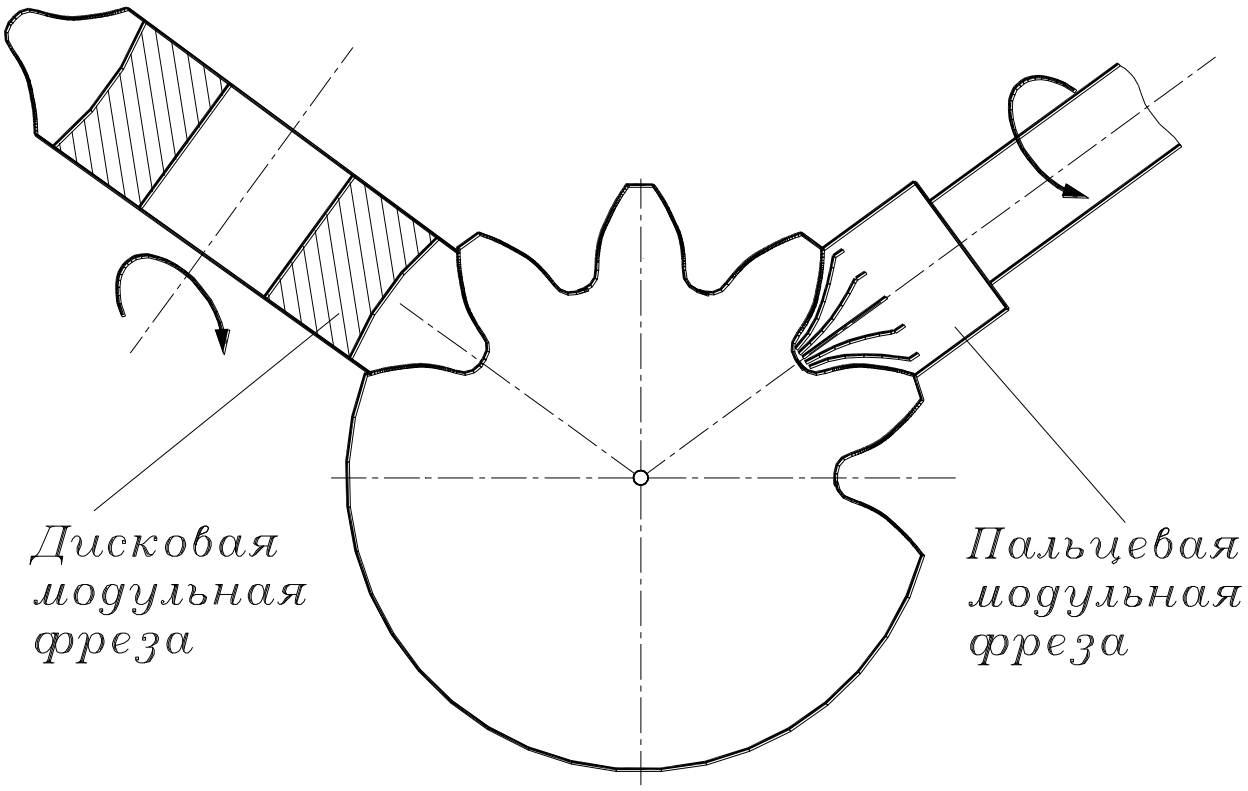



Рис. 16.2.

На рис. 16.3 показана стандартная рейка, используемая для изготовления эвольвентных зубчатых колес; она называется инструментальной рейкой с исходным производящим профилем. При помощи такой рейки могут быть изготовлены зубчатые колеса определенного модуля с любым числом зубьев. Рейка имеет трапецеидальные зубья, их боковые стороны сопряжены с вершинами и впадинами при помощи галтелей (скруглены). Прямые, проходящие через вершины и впадины называются соответственно линиями вершин и впадин; прямые, ограничивающие прямолинейные части боковых профилей, называются граничными прямыми. По высоте зуб делится на две равные части при помощи средней линии рейки.

Геометрические параметры следующие. Расстояния между средней линией и граничными прямыми равны модулю $m$. Высота галтелей, то есть, расстояние между граничными прямыми и линиями вершин, или впадин, называется радиальным зазором $c^*m$, где $c^*$ – коэффициент радиального зазора. Название «радиальный зазор» связано с тем, что при зацеплении зубчатых колес между вершинами зубьев одного колеса и впадинами между зубьями другого имеется радиальный зазор; такой же зазор есть и в зацеплении инструментальной рейки и заготовки зубчатого колеса, в так называемом станочном зацеплении. Шаг зубьев $p=\pi m$ (рис. 16.3), толщина зуба рейки $s=0{,}5p$, угол наклона боковой стороны зуба $\alpha=20^0$.

Рассмотрим станочное зацепление. На рис. 16.4, в средней его части, показано станочное зацепление инструментальной рейки с нулевым колесом. В этом случае средняя линия рейки касается с делительной окружностью нарезаемого зубчатого колеса. Стрелками показано движение обкатки: рейка движется слева направо, а зубчатое колесо поворачивается против часовой стрелки вокруг неподвижного центра. Движение резания, то есть, возвратно-поступательные движения рейки перпендикулярно плоскости чертежа, показаны снизу в виде креста и точки в окружностях (хвостовик и острие стрелы). Надо сказать, что рейка не сразу врезается

в заготовку на полную глубину, то есть, она не сразу занимает положение, показанное на рис. 16.4; рейка врезается постепенно, при помощи, так называемой, радиальной подачи. Между окружностью вершин колеса (окружность с диаметром заготовки) и линией впадин рейки всегда остается радиальный зазор c*m (см. рис. 16.3). Это значит, что боковые стороны грани зуба рейки формируют эвольвентные части зуба колеса, а вершина зуба колеса – это цилиндрическая часть его заготовки. Что касается впадины между зубьями колеса, то она полностью формируется вершинами зубьев инструментальной рейки.

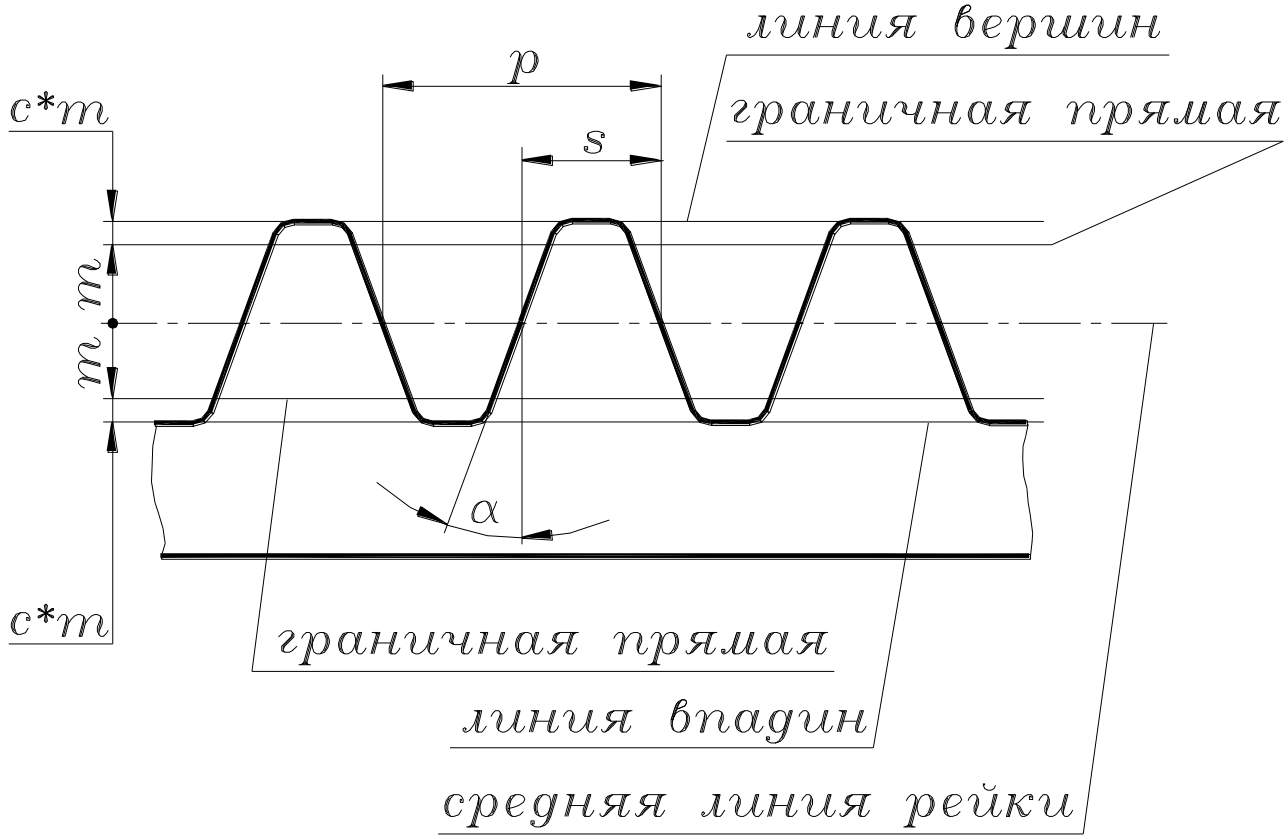



Рис. 16.3.

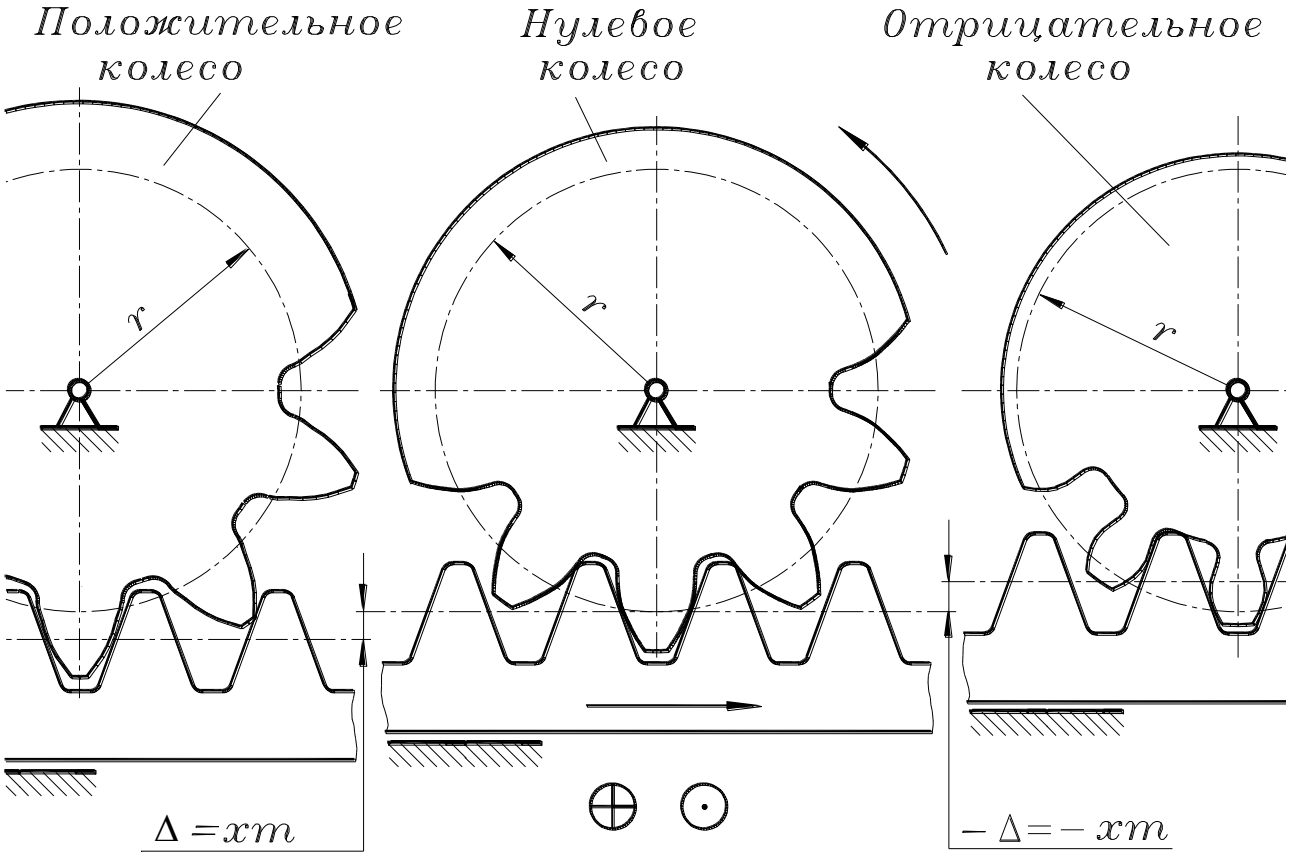



Рис. 16.4.

Если, при нарезании зубчатого колеса, рейка после радиальной подачи остановиться в позиции, когда ее средняя линия не касается делительной окружности колеса (левая часть рис. 16.4), то при обкатке образуется положительное колесо. В этом случае средняя линия рейки находится на некотором расстоянии от делительной окружности, то есть дальше от центра колеса, чем в случае нарезания нулевого колеса. У положительного колеса модуль, число зубьев и радиус делительной окружности такие же, как и у нулевого колеса, а радиусы впадин, вершин и профиль зуба положительного колеса отличаются от соответствующих параметров нулевого колеса.

Смещение рейки от нулевого положения (то есть, от положения, когда ее средняя линия касается делительной окружности), в сторону от центра колеса называется положительным смещением инструмента Δ (рис. 16.4), причем

$$\Delta = xm$$

где x – коэффициент положительного смещения.

Если, при нарезании зубчатого колеса, рейка после радиальной подачи остановиться в позиции, когда ее средняя линия пересекает делительную окружность колеса (правая часть рис. 16.4), то при обкатке образуется отрицательное колесо. В этом случае средняя линия рейки находится на некотором расстоянии от делительной окружности, но ближе к центру колеса, чем в случае нарезания нулевого колеса. У отрицательного колеса модуль, число зубьев и радиус делительной окружности такие же, как и у нулевого колеса, а радиусы впадин, вершин и профиль зуба отрицательного колеса отличаются от соответствующих параметров нулевого колеса. Смещение рейки от нулевого положения (то есть, от положения, когда ее средняя линия касается делительной окружности), в сторону к центру колеса называется отрицательным смещением инструмента -Δ (рис. 16.4), причем

$$-\Delta = -xm$$

где -х – коэффициент отрицательного смещения.

Иногда зубчатые колеса, нарезанные со смещением инструмента (положительные и отрицательные) называют корригированными колесами, а коэффициент смещения называют коэффициентом коррекции. Разница между профилями зубьев нулевого, положительного и отрицательного колес показана на рис. 16.5. По сравнению с зубом нулевого колеса зуб положительного колеса толще у основания, но тоньше при вершине. При образовании бокового профиля используется более пологий участок эвольвенты. Такой зуб прочнее зуба нулевого колеса, поэтому положительные колеса используются в тяжело нагруженных силовых передачах.

Зуб отрицательного колеса по сравнению с зубом нулевого колеса тоньше у основания и толще при вершине. Такой зуб слабее нулевого, но погрешности при изготовлении отрицательного колеса могут быть меньше, так как при образовании бокового профиля зуба используется более крутой участок эвольвенты.

Отрицательные колеса, как более точные, чем нулевые, могут использоваться в измерительных кинематических цепях машин и в приборах.

Величины коэффициентов смещения инструментальной рейки стандартизованы и при необходимости выбираются из справочников или рассчитываются в зависимости от числа зубьев колеса и условий его работы. Здесь отметим только некоторые технологические ограничения при выборе коэффициентов смещения, связанные с уменьшением толщины зуба у вершины положительного колеса и у основания отрицательного колеса.

Чем больше положительное смещение рейки, тем толще зуб у основания, но тоньше при вершине. В пределе толщина зуба при вершине может быть нулевой, то есть, зуб заострится, что недопустимо по соображениям прочности.

Чем больше отрицательное смещение рейки, тем тоньше зуб у основания. При некотором критическом смещении вершины зубьев инструментальной рейки будут срезать эвольвентную часть зуба у его основания примерно так, как показано в правой части рис.16.4. Подрез эвольвентной части зуба недопустим по соображениям прочности.

Такое же явление пореза эвольвентной части у основания зуба может произойти при изготовлении нулевого колеса с малым числом зубьев. Специальный расчет [2] показывает, что число зубьев нулевого колеса, изготовленного без подреза, не может быть меньше 17.

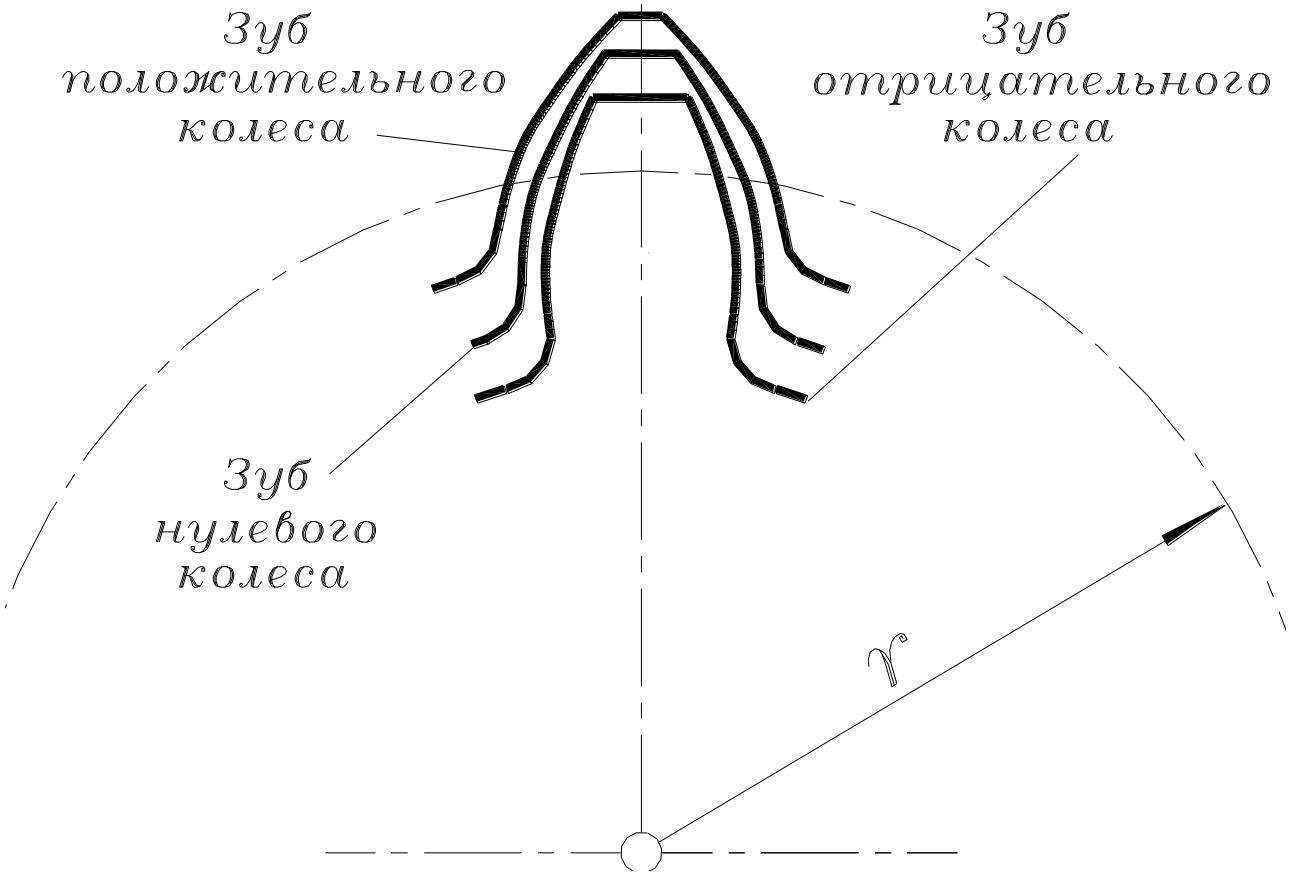



Рис. 16.5

Сформулируем отдельно эти технологические ограничения.

1. Величина положительного смещения инструмента ограничена недопустимым явлением заострения вершины зуба колеса.

2. Величина отрицательного смещения инструмента ограничена недопустимым явлением подреза эвольвентной части у основания зуба.

3. Минимальное число зубьев нулевого колеса без подреза $z_{min}=17$.

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое модуль зубчатого колеса?
2. Как связаны модуль и число зубьев с диаметральными размерами зубчатого колеса?
3. Как связан шаг зубьев по делительной окружности с модулем?
4. Что такое профильный угол эвольвенты?
5. Чем различаются методы изготовления зубчатых колес: копирования и обкатки?
6. Как образуются нулевые, положительные и отрицательные зубчатые эвольвентные колеса?
7. Чем отличается зуб нулевого колеса от зубьев положительного и отрицательного колес?

**Лекция № 17**
**Зубчатое зацепление и его параметры.**

**План лекции:**

1. Построение эвольвентного зубчатого зацепления.
2. Практическая линия зацепления и рабочие участки зубьев.
3. Геометрические и кинематические параметры зубчатого зацепления.
4. Качественный показатель зубчатого зацепления - плавность работы.
5. Коэффициент перекрытия.
6. Однопарное и двухпарное зацепление.
7. Внешние и внутренние передачи.
8. Замедляющие и ускоряющие передачи.

**Цель лекции:**

Научиться правильно определять параметры зубчатого зацепления и виды передач, а также коэффициенты перекрытия.

**Опорные слова:**

1. Угол зацепления - это острый угол между линией зацепления и перпендикуляром к линии центров.
2. Практическая линия зацепления отсекается на теоретической окружности вершин.
3. Теоретическая линия зацепления - это касательная к основным окружностям сопряженных зубчатых колес.
4. Рабочий участок зуба ограничивается дуговым проецированием крайней точки практической линии зацепления на профиль зуба.
5. Перекрытие зубьев сопряженных колес - это условие, при котором одна пара зубьев не должна выходить из зацепления прежде, чем следующая пара не войдет в зацепление.
6. Внешняя передача - это передача с противоположным направлением вращения колес и отрицательным передаточным отношением.
7. Внутренняя передача - это передача с одинаковым направлением вращения колес и положительным передаточным отношением.
8. Редуктор - это замедляющая передача.
9. Мультипликатор - это ускоряющая передача.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 71-76.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 127-134.

Зубчатое зацепление и его параметры.

Будем изучать нулевое эвольвентное зубчатое зацепление, как наиболее употребительное, в том числе и в самолетостроении. Такое зацепление состоит из двух нулевых зубчатых колес (в отличие от ненулевых, то есть, положительных или

отрицательных), находящихся в контакте, или, говорят, сопряженных колес. Эти колеса имеют один модуль $m$ и числа зубьев $z_1$ и $z_2$.

На рис. 17.1 показано такое зацепление: первое колесо слева – меньшее, а второе справа – большее. Меньшее зубчатое колесо обычно называется шестерней. По рис. 17.1 движение передается от шестерни к колесу.

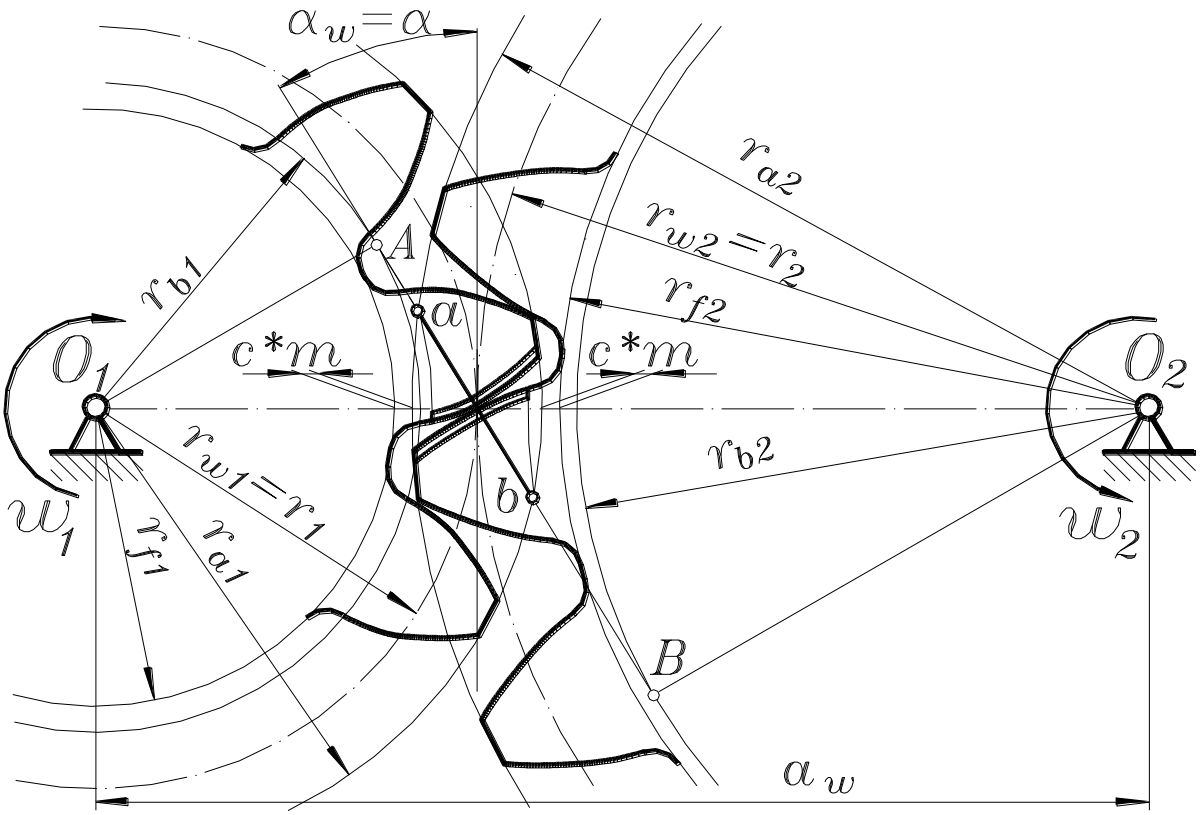



Рис. 17.1

Геометрические параметры шестерни и колеса определяются по формулам, приведенным в предыдущей лекции. У сопряженных зубчатых колес есть окружности, которые касаются друг друга и при работе перекатываются без скольжения. Эти окружности имеют радиусы $r_{w1}$ и $r_{w2}$ и называются начальными окружностями. В случае нулевой передачи, то есть, в том случае, который сейчас рассматривается, начальные окружности (окружности, присущие передаче) равны делительным окружностям зубчатых колес (окружностям, присущим отдельным зубчатым колесам): $r_{w1}=r_1$ и $r_{w2}=r_2$. Здесь следует заметить, что все геометрические параметры, присущие передаче (а не отдельным колесам), имеют индекс $w$.

Расстояние $c^*m$ между окружностями вершин одного колеса и окружностями впадин другого называется радиальным зазором, а $c^*$ - это коэффициент радиального зазора; в стандартных передачах $c^*=0,25$.

Точка контакта эвольвент зубьев колес является высшей кинематической парой. Через эту точку (на рис. 17.1 она находится на линии центров) можно провести общую нормаль к эвольвентам сопряженных зубьев и согласно свойствам эвольвенты, о чем говорилось в предыдущей лекции, эта нормаль будет касаться основных окружностей сопряженных зубчатых колес. Угол между этой касательной и перпендикуляром к линии центров называется углом зацепления $\alpha_w$. Для стандартной нулевой передачи этот угол равен профильному углу исходного производящего контура: $\alpha_w=\alpha=20°$.

Расстояние между центрами вращения сопряженных зубчатых колес $a_w$ называется межцентровым (межосевым) расстоянием.

В процессе работы зубчатой передачи, то есть, в процессе зацепления, контактная точка будет занимать другое положение, чем то, которое показано на рис. 17.1, однако, в любом положении нормаль к боковым поверхностям зубьев будет являться касательной к основным окружностям, что следует из свойств эвольвенты. В процессе зацепления контактная точка будет перемещаться вдоль общей касательной к основным окружностям, поэтому эта касательная является линией зацепления эвольвентной передачи. Таким образом, линия зацепления эвольвентной передачи есть прямая, наклоненная под углом зацепления от перпендикуляра к линии центров.

Различают теоретическую и практическую линии зацепления. Теоретическая линия зацепления – это отрезок между точками касания вышеуказанной прямой с основными окружностями – *AB* на рис. 17.1. Но так как эвольвенты зубьев ограничены окружностями вершин зубчатых колес, то контакт боковых поверхностей зубьев происходит по практической линии зацепления ***ab,*** которая отсекается на теоретической окружностями вершин. При работе зубчатой передачи в соответствии с направлением вращения колес, показанным на рисунке, перемещение контактной точки происходит по практической линии зацепления от точки *a* до точки *b*, то есть, в точке *a* зубья входят в контакт, а в точке *b* - выходят из контакта.

Рабочие участки зубьев, то есть, те части боковых поверхностей зубьев, которые контактируют между собой, определяются при помощи дуг радиусами $O_1a$ и $O_2b$, как это показано на рис. 17.1.

Заметим здесь, что теоретически зацепление считается беззазорным, как это показано на рис. 17.1, то есть, боковой зазор между зубьями отсутствует; однако, в реальных передачах боковой зазор есть и его величина зависит от степени точности изготовления колес.

Различают два количественных показателя зубчатой передачи: геометрический и кинематический. Геометрический показатель – это межцентровое расстояние:

$$a_w = r_1 + r_2 = \frac{mz_1}{2} + \frac{mz_2}{2}$$

$$a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$$

Кинематический показатель – передаточное отношение, равное отношению угловых скоростей (или частот вращения) входного и выходного колеса с учетом знака:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Согласно основному закону зацепления,

$$u_{12} = -\frac{r_2}{r_1} = -\frac{mz_2 2}{mz_1 2}$$

$$u_{12} = -\frac{z_2}{z_1}$$

Коэффициент перекрытия

Главным качественным показателем зубчатой передачи является непрерывность и плавность ее работы. Судя по рис. 17.1 после того, как одна пара зубьев выйдет из зацепления в точке *b* вторая пара зубьев войдет в зацепление в точке *a*, потом вторая пара зубьев выйдет из зацепления, в зацепление войдет третья пара и т.д. При этом не трудно предположить, что при такой передаче движения возникнет прерывистость и удары между зубьями, особенно если учесть наличие боковых зазоров в реальных зубчатых механизмах. Чтобы избежать ударов и сделать передачу движения непрерывной и по возможности плавной, необходимо обеспечить условие, при котором первая пара зубьев не выйдет из зацепления до тех пор, пока вторая пара войдет в зацепление. Это условие называется перекрытием. Понятно, что чем больше одна пара зубьев перекрывает другую на практической линии зацепления, тем с большей уверенностью можно утверждать, что работа передачи будет непрерывной и плавной.

Явление перекрытия оценивается коэффициентом перекрытия. На рис. 17.2 $\gamma$ - угловой шаг зубьев, $l$ - длина практической линии зацепления. Учитывая, что, согласно свойствам эвольвенты, длины отрезков на линии зацепления равны дугам на основной окружности, а эти дуги пропорциональны центральным углам, можно утверждать, что $\delta$ - угол поворота колеса за время перемещения контактной точки по практической линии зацепления, а $p_b$ – шаг зубьев по основной окружности.

Коэффициент перекрытия – это отношение угла $\delta$ к угловому шагу зубьев или отношение длины практической линии зацепления к шагу зубьев по основной окружности:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{\gamma} = \frac{l}{P_b}$$

Учитывая, что

$$p_b = p\cos\alpha = \pi\, m\cos\alpha$$

получим

$$\varepsilon = \frac{l}{\pi\, m\cos\alpha} \qquad (17.1)$$

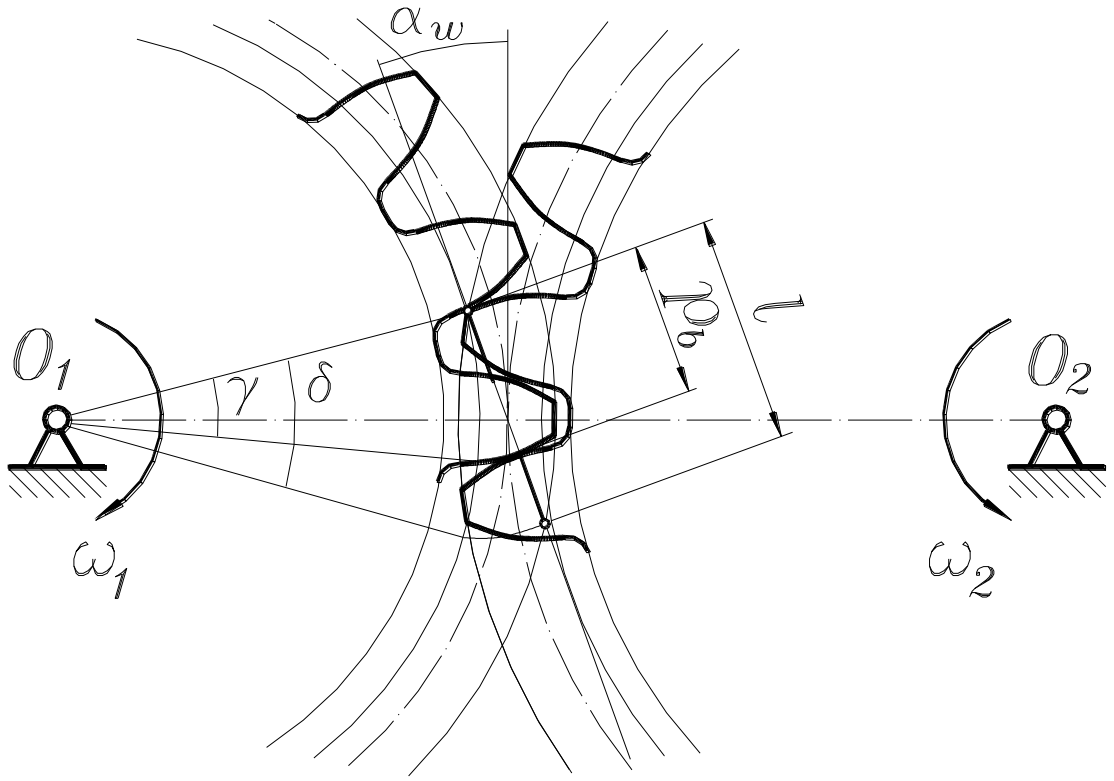



Рис. 17.2

Используя вывод аналитического выражения длины практической линии зацепления, получим аналитическую формулу для расчета коэффициента перекрытия нулевой зубчатой передачи:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a1}-r_{b1}}+\sqrt{r_{a2}-r_{b2}}-a_w \sin\alpha_w}{\pi\, m \cos\alpha} \qquad (17.2)$$

Теоретически величина коэффициента перекрытия находится в пределах от единицы до двух, однако, практически

$$1{,}2 \le \varepsilon \le 1{,}8$$

Из вышесказанного следует, что в процессе зацепления имеет место непрерывное чередование двухпарного и однопарного зацепления, то есть часть времени в зацеплении находятся две пары зубьев, а часть времени – одна. В результате, при двухпарном зацеплении вся передаваемая зубчатой передачей нагрузка распределяется между двумя парами зубьев, а при однопарном зацеплении вся нагрузка приходится на одну пару зубьев. Таким образом, несмотря на то, что в кинематическом отношении передача является плавной в результате перекрытия, при работе под нагрузкой зубчатая передача принципиально является прерывистой, в частности, шум при работе зубчатых передач есть следствие этой прерывистости. Для увеличения плавности работы и уменьшения шума используют косозубые передачи, в которых коэффициент перекрытия может быть значительно больше, чем в прямозубых передачах из-за наклона зубьев.

Существующая методика определения процента времени двухпарного и однопарного зацепления для прямозубой передачи дает возможность сказать, что, например: при $\varepsilon$=1,25, 40% времени имеет место двухпарное зацепление, а 60% - однопарное; если $\varepsilon$=1,7, то двухпарное зацепление – 82%, однопарное – 18%.

Виды передач

Различают зубчатые передачи внешние и внутренние, замедляющие и ускоряющие.

На рис. 17.3 показана схема внешней передачи, причем $z_1<z_2$. Геометрический параметр этой передачи – межцентровое расстояние

$$a_w = \frac{m(z_1+z_2)}{2} \qquad (17.3)$$

Кинематический параметр – передаточное отношение зависит от того, какое колесо является входным звеном.

Если входным колесом является меньшее, то передаточное отношение определяется по формуле:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1} \qquad (17.4)$$

Знак минус указывает на противоположное направление вращения зубчатых колес. Так как $z_1 < z_2$, то абсолютное значение передаточного отношения $|u_{12}|>1$, а $\omega_2<\omega_1$. Такая передача является замедляющей и называется редуктором.

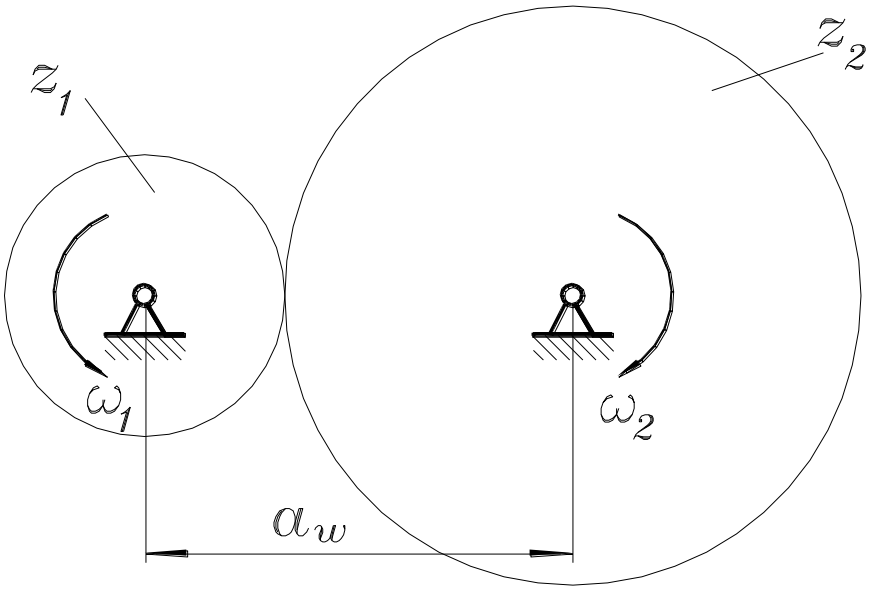



Рис. 17.3

Если входным является большее колесо, то

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = -\frac{z_1}{z_2} \qquad (17.5)$$

В этом случае, абсолютное значение передаточного отношения $|u_{12}|<1$, а $\omega_1>\omega_2$. Такая передача является ускоряющей и называется мультипликатором.

На рис. 17.4 показана схема внутренней зубчатой передачи. Также, как и в предыдущем случае $z_1<z_2$, но первое колесо с внешними зубьями находится внутри второго, имеющего внутренние зубья.

Геометрический параметр такой передачи – межцентровое расстояние:

$$a_w = \frac{m(z_2-z_1)}{2} \qquad (17.6)$$

Кинематический параметр здесь – передаточное отношение – всегда положительно, так как колеса вращаются в одном направлении. Если входным является первое колесо, то это редуктор:

$$u_{12}=\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{z_2}{z_1}>1 \qquad (17.7)$$

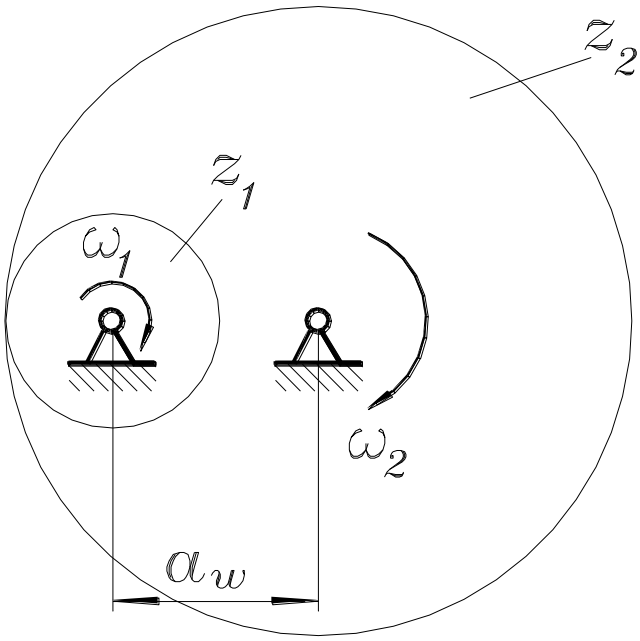



Рис.17.4

Если входным является второе колесо (с внутренними зубьями), то это мультипликатор:

$$u_{21}=\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{z_1}{z_2}<1 \qquad (17.8)$$

Надо сказать, что в подавляющем большинстве современных машин используются зубчатые механизмы в виде редукторов, они редуцируют, то есть уменьшают скорость вращения двигателей машин, которые для уменьшения их габаритов выполняются высокооборотными.

**Контрольные вопросы:**

1. Какова последовательность построения эвольвентного зубчатого зацепления?
2. Как образуется практическая линия зацепления?
3. Как найти рабочие участки контактирующих зубьев?
4. Как обеспечивается кинематическая плавность работы эвольвентной передачи?
5. Каковы значения коэффициента перекрытия у цилиндрической прямозубой передачи?
6. Что такое однопарное и двухпарное зацепление?
7. Что такое редуктор и мультипликатор?

## Лекция № 18
## Сложные зубчатые механизмы с неподвижными осями колес.

**План лекций:**

1. Сложные зубчатые механизмы с неподвижными осями колес.
2. Однорядные зубчатые механизмы - с паразитными колесами.
3. Простейший планетарный механизм.
4. Сумматоры и дифференциалы.
5. Планетарные редукторы, их передаточные отношения и область применения.

**Цель лекции:**

Изучение только сложных зубчатых механизмов, состоящих из цилиндрических передач. Различают два вида таких механизмов: с неподвижными осями колес и с подвижными осями некоторых колес.

**Опорные слова:**

1. Паразитное колесо - это зубчатое колесо, которое не влияет на величину передаточного отношения.
2. Передаточное отношение сложного зубчатого механизма с неподвижными осями колес равно произведения передаточных отношений входящих в него передач.
3. Сумматор - это планетарный механизм с двумя входами и одним выходом.
4. Дифференциал - это планетарный механизм с одним входом и двумя выходами.
5. Планетарный редуктор - это планетарный механизм с одним неподвижным центральным колесом, с одним входом и одним выходом.
6. Редуктор Джеймса - это однорядный планетарный редуктор с неподвижным коронным или солнечным колесом.
7. Редуктор Давида - это двухрядный планетарный редуктор с двумя солнечными или двумя коронными колесами.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 76-80.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 135-144.

Сложные зубчатые механизмы с неподвижными осями колес.

Оси колес таких механизмов неподвижны относительно стойки, то есть, относительно корпуса. К ним относятся коробки скоростей станков, коробки передач автомобилей, редукторы подъемных кранов и т.д.

На рис. 18.1 показано схематическое изображение главного вида и вида сверху одного из возможных вариантов сложного зубчатого механизма с неподвижными осями колес. В кинематических схемах обычно показывают один вид, как правило – вид сверху или сбоку.

Механизм содержит четыре подвижных звена: звено 1 – зубчатое колесо с числом зубьев $z_1$, жестко закрепленное на валу; звено 2 – блок-шестерня, то есть, два жестко связанных зубчатых колеса с числами зубьев $z_2$ и $z'_2$, свободно вращающееся на неподвижной оси; звено 3 – блок-шестерня с числами зубьев $z_3$ и $z'_3$, жестко закрепленное на валу; звено 4 – зубчатое колесо с внутренними зубьями и числом зубьев $z_4$, жестко закрепленное на валу. Механизм предназначен для уменьшения (редуцирования) угловой скорости от первого звена к четвертому и состоит из трех передач - двух внешних и одной внутренней. Такой механизм называется трехрядным

или трехступенчатым: первая ступень $z_1$-$z_2$ - быстроходная, вторая ступень $z'_2$-$z_3$ - промежуточная и третья ступень $z'_3$ - тихоходная.

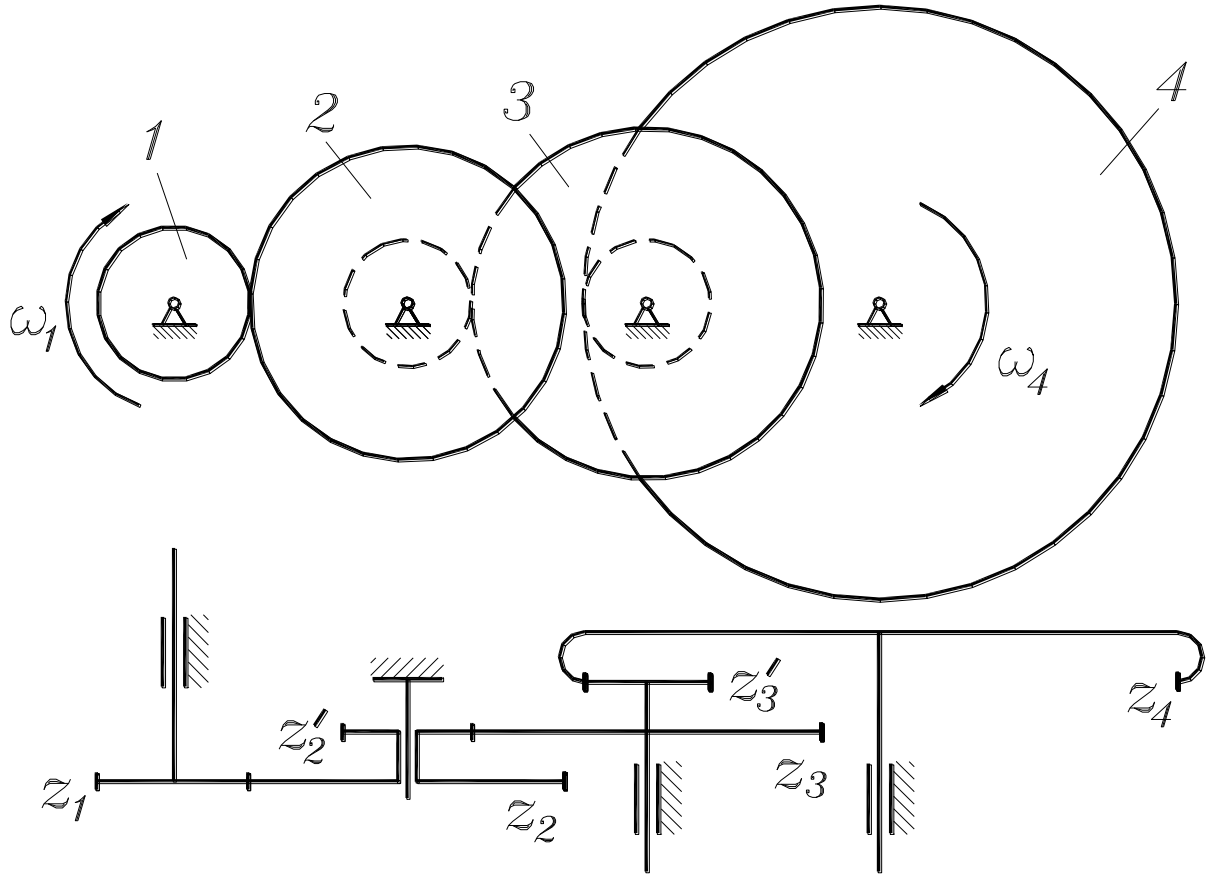



Рис. 18.1

Кинематический анализ зубчатых механизмов значительно проще, чем для стержневых и кулачковых механизмов. Мы предполагаем, что все зубчатые колеса вращаются равномерно, а задачей кинематического расчета является определение угловых скоростей зубчатых колес при известной угловой скорости одного из звеньев, чаще всего, входного звена. Задача решается при помощи передаточных отношений в механизме.

Для механизма на рис. 18.1 угловая скорость $\omega_4$ выходного звена может быть найдена из формулы передаточного отношения механизма:

$$u_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} \qquad (18.1)$$

Выведем рабочую формулу передаточного отношения, для чего умножим и разделим эту дробь на угловые скорости второго и третьего звеньев. Причем, чтобы различать два зубчатых колеса в одном звене, то есть, $z_2$ и $z'_2$ в звене 2 и $z_3$ и $z'_3$ в звене 3, используем $\omega_2=\omega'_2$ и $\omega_3=\omega'_3$:

$$u_{14} = \frac{\omega_1 \omega'_2 \omega'_3}{\omega_2 \omega_3 \omega_4}$$

Отношение угловых скоростей $\omega_1/\omega_2$ - это передаточное отношение первой ступени зубчатого механизма, соответственно, $\omega'_2/\omega_3$ - передаточное отношение второй ступени и $\omega'_3/\omega_4$ - передаточное отношение третьей ступени. Значит можно записать:

$$u_{14} = u_{12} + u_{23} + u_{34} \qquad (18.2)$$

Согласно формуле (18.2), передаточное отношение сложного зубчатого механизма равно произведению передаточных отношений входящих в него передач.

Используя формулы передаточных отношений внешней и внутренней передач (17.4) и (17.7) из предыдущей лекции № 17, запишем рабочую формулу передаточного отношения механизма:

$$u_{14} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(-\frac{z_3}{z'_2}\right)\left(\frac{z_4}{z'_3}\right)$$

Теперь из формулы (18.1) можно найти искомую угловую скорость четвертого, выходного звена.

Запишем формулу передаточного отношения в общем виде для зубчатого механизма с *n* подвижными звеньями:

$$u_{1n} = \frac{z_2\, z_3 \cdots z_n}{z_1\, z'_2 \cdots z'_{(n-1)}}\left(-1^k\right) \qquad (18.3)$$

где *k* - количество внешних зацеплений. Знак передаточного отношения меняет только внешняя передача.

По этой формуле могут быть рассчитаны передаточные отношения любого сложного зубчатого механизма с неподвижными осями колес.

Рассмотрим теперь сложный зубчатый механизм, схема которого отличается от предыдущего. Это механизм показан на рис. 18.2. Отличие этого механизма от предыдущего состоит в том, что все его зубчатые колеса находятся в одном ряду, то есть, это - однорядный зубчатый механизм. Для решения кинематической задачи этого механизма используем формулу (18.3):

$$u_{14} = \frac{z_2\, z_3\, z_4}{z_1\, z'_2\, z'_3}\left(-1^3\right)$$

Однако, из схемы механизма видно, что звенья 2 и 3 не являются блок-шестернями, а имеют по одному зубчатому венцу, то есть $z_2=z'_2$, а $z_3=z'_3$. Поэтому, после сокращения имеем:

$$u_{14} = \frac{z_4}{z_1}\left(-1^3\right)$$

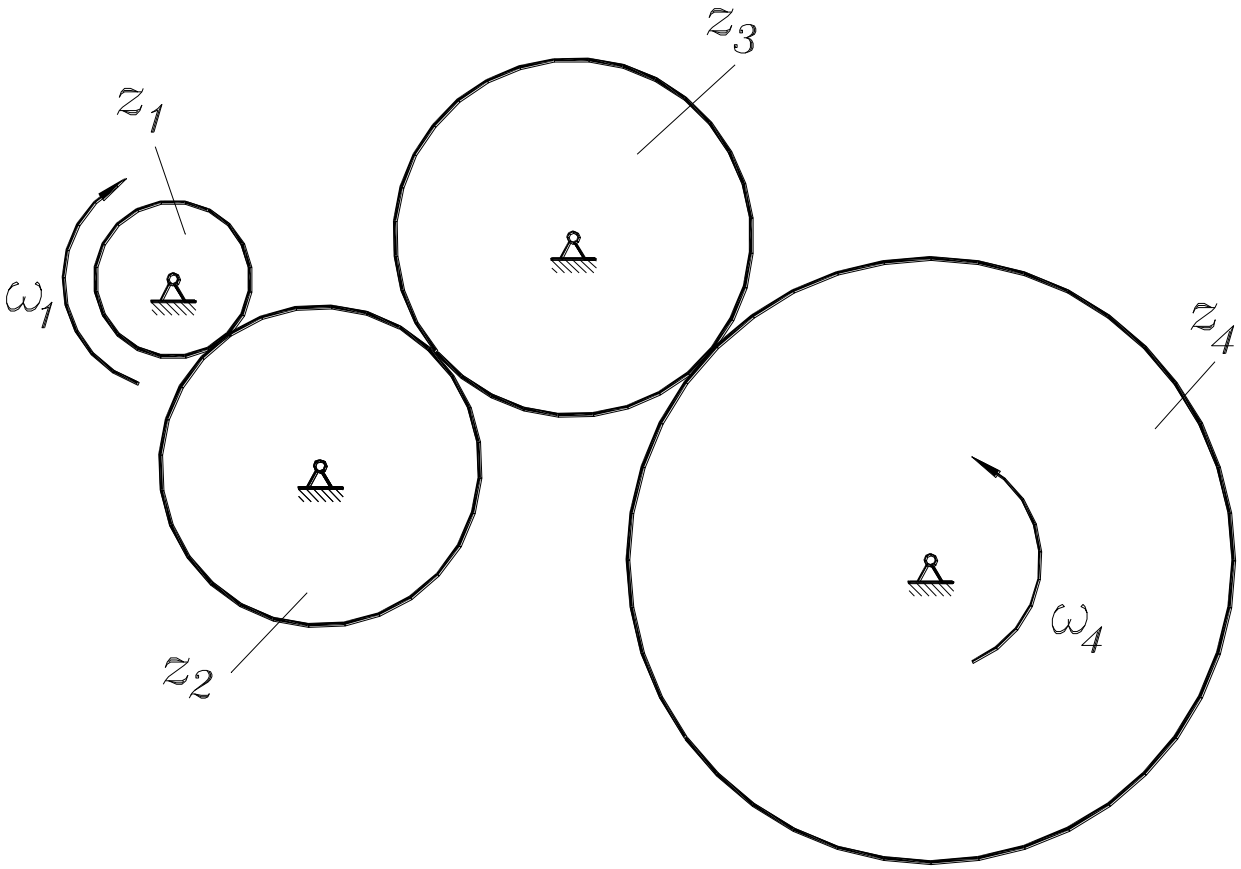



Рис. 18.2

Из формулы следует, что промежуточные зубчатые колеса не влияют на величину передаточного отношения механизма, на эту величину влияют только первое и последнее колеса, находящиеся в одном ряду. Из-за этого промежуточные колеса в таком механизме называются паразитными. Паразитные зубчатые колеса используются, если надо изменить знак передаточного отношения (изменить направление вращения), или в механизмах с большим расстоянием между осями входного и выходного колес.

Из рассмотрения этого механизма следует общий вывод для кинематического расчета: если в кинематической цепи несколько зубчатых колес расположены в одном ряду, то на величину передаточного отношения влияют числа зубьев только первого и последнего колес в этом ряду, промежуточные (паразитные) колеса влияют лишь на знак передаточного отношения.

## Сложные зубчатые механизмы с подвижными осями некоторых колес (планетарные механизмы)

Схема простейшего планетарного механизма приведена на рис. 18.3. Зубчатое колесо 1 и звено *H* могут вращаться вокруг неподвижной точки. На звене *H* расположен центр вращения зубчатого колеса 2, входящего в зацепление с колесом 1.

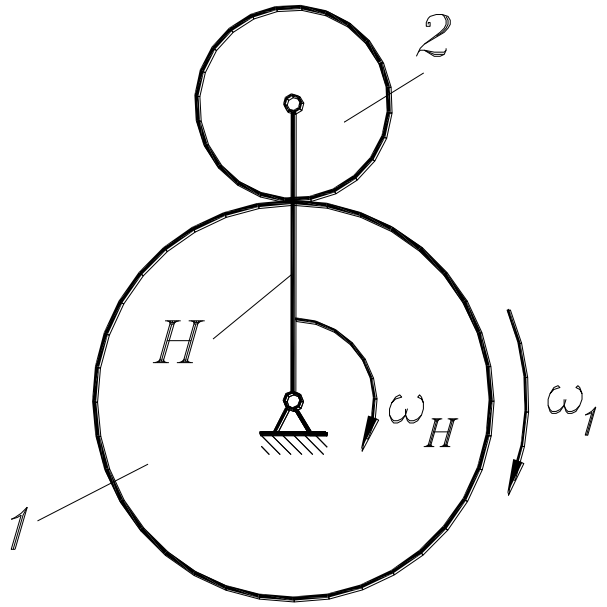



Рис. 18.3.

Звенья 1 и *H* могут вращаться независимо друг от друга, то есть, вращаться с разными скоростями, в одном или противоположных направлениях. При работе механизма колесо 2 совершает сложное движение, обкатываясь по колесу 1. Движение звеньев напоминает движение планет в солнечной системе, поэтому звено 1 называется солнечным колесом, звено 2 - это сателлит, а звено *H* - водило (или сателлитодержатель).

Солнечное колесо и водило - это входные звенья, а выходным является сателлит. Использовать сателлит, совершающий сложное движение, для привода рабочих или вспомогательных органов машин затруднительно. Чтобы упростить эту задачу пришлось усложнить простейший планетарный механизм, добавив к нему еще одно центральное колесо 3 (рис. 18.4), с внутренними зубьями, входящее в зацепление с сателлитом - коронное колесо.

Следующее усложнение конструкции планетарного механизма связано с тем, что с одним сателлитом такой механизм работать не может из-за неуравновешенности: при больших скоростях вращения неуравновешенная масса сателлита вызовет появление большой силы инерции, которая может привести к разрушению механизма. Минимальное количество сателлитов в планетарных механизмах - два, однако, их число может быть большим и достигать десяти и даже двенадцати. Это связано с возможностью уменьшения габаритов механизма: при одной и той же передаваемой мощности планетарный механизм с десятью сателлитами может быть значительно менее габаритным, чем механизм с двумя сателлитами. Внутри механизма передаваемая мощность делится на число потоков, равное числу сателлитов. В результате, у механизма с десятью сателлитами поток мощности, проходящий через зубчатое зацепление, будет в пять раз меньше, чем у механизма с двумя сателлитами, значит, можно уменьшить модуль, межосевое расстояние и, в общем, габариты.

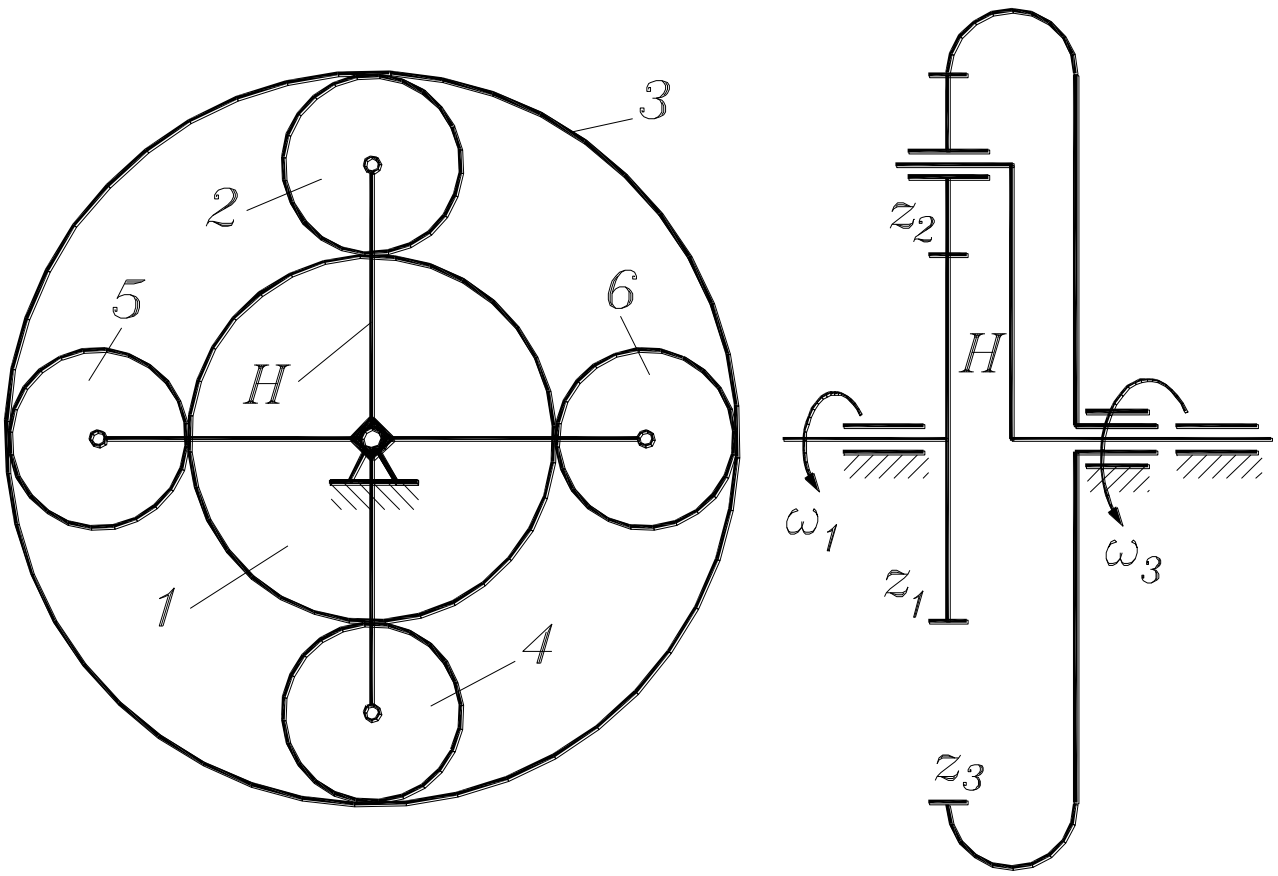



Рис. 18.4

Схема механизма на рис. 18.4 содержит четыре сателлита, установленных на водиле, выполненном в виде крестовины. На виде сбоку, который обычно используется в кинематических схемах, показывается только один сателлит.

Определим число степеней свободы планетарного механизма на рис. 18.4 по формуле Чебышева (2.1):

$$W = 3n - 2\,p_н - p_в + s$$

Число подвижных звеньев n=7: солнечное и коронное колеса, водило (центральные звенья) и четыре сателлита. Количество низших кинематических пар $p_н$=7: каждое центральное звено образует кинематическую пару со стойкой, а каждый сателлит - с водилом. Число высших кинематических пар $p_в$=8: четыре внешних зацепления сателлитов с солнечным колесом и четыре их внутренних зацепления с коронным колесом. Число избыточных связей или лишних звеньев s=3: выше было сказано, что три сателлита 4, 5 и 6 введены из соображений уравновешенности, прочности и габаритов, но принципиально являются лишними звеньями. Подставим значения в формулу Чебышева:

$$W = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 7 - 8 + 3 = 2$$

Планетарный механизм имеет две степени свободы: он может иметь два входных звена и одно выходное, или одно входное и два выходных. Такой механизм используется в виде сумматора или дифференциала.

Сумматор имеет два входных звена, обычно, центральные колеса, и одно выходное звено - водило. Например, если солнечное колесо повернется на 5 оборотов, а коронное - на 3, то водило повернется на количество оборотов, пропорциональное восьми. Сумматоры обычно содержат конические передачи и используются в механизмах подачи станков с программным управлением.

Дифференциалы имеют одно входное звено, обычно, водило, и два выходных звена - центральные колеса. Выходные звенья могут вращаться независимо одно от другого, и характер их движения зависит не только от конструкции механизма, но и от внешних условий. Дифференциалы, также как и сумматоры, содержат не цилиндрические, а конические передачи, и используются в колесных транспортных машинах (автомобили, тракторы) для привода ведущих колес. Правое и левое ведущие колеса могут вращаться независимо одно от другого согласно условиям, диктуемыми их размерами и дорогой. Например, если автомобиль поворачивает налево, то левое колесо пройдет меньший путь, чем правое, значит, за одно и то же время левое колесо совершит меньше оборотов, чем правое, то есть будет вращаться с меньшей угловой скоростью.

Однако более широкое распространение в технике имеет модернизированный планетарный механизм: если остановить одно из центральных зубчатых колес, то планетарный механизм с двумя степенями свободы превращается в планетарный редуктор, то есть, в механизм с одной степенью свободы, с одним входным и одним выходным звеном. Планетарные редукторы используются в технологических и транспортных машинах, в том числе, в качестве главных редукторов самолетов и вертолетов.

Планетарные редукторы.

Рассмотрим три вида простейших планетарных редукторов: редуктор Джеймса, двухрядный редуктор и редуктор Давида.

Редуктор Джеймса - это однорядный планетарный редуктор с неподвижным коронным или солнечным колесом. Чаще используются редукторы с неподвижным коронным колесом, схема такого редуктора дана на рис. 18.5.

Формула передаточного отношения планетарных редукторов выводится из теоремы Виллиса [2]. Для редуктора Джеймса с неподвижным коронным колесом передаточное отношение от солнечного колеса к водилу:

$$u_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1} \qquad (18.4)$$

Редуктор используется в случаях, когда

$$2{,}5 < u_{1H} < 8$$

В редукторе Джеймса с неподвижным солнечным колесом движение передается от коронного колеса к водилу:

$$u_{3H} = 1 + \frac{z_1}{z_3} \qquad (18.5)$$

Редуктор используется в случаях, когда

$$1{,}2 < u_{H1} < 1{,}8$$

Редукторы Джеймса широко используются в наземных транспортных машинах в коробках скоростей и бортовых передачах, в грузоподъемных машинах, в качестве главных силовых редукторов самолетов и вертолетов для передачи вращения от двигателей на винты, а также, в механизмах систем управления.

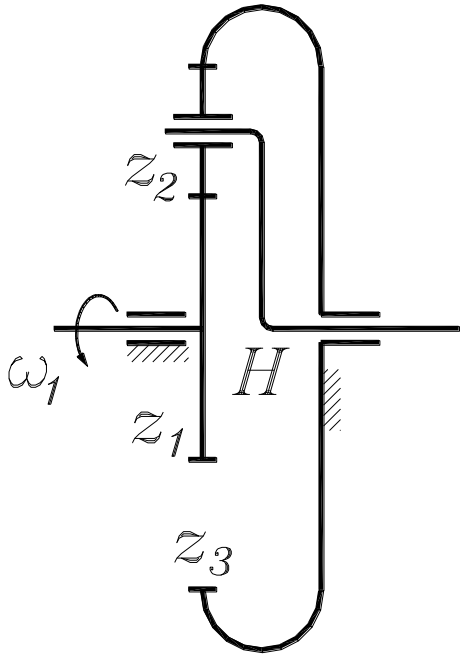


Рис. 18.5.

Двухрядный планетарный редуктор имеет сдвоенный сателлит и неподвижное коронное колесо (рис.18.6). Входным звеном является солнечное колесо, а выходным - водило. Передаточное отношение редуктора:

$$u_{1H} = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z'_2} \qquad (18.6)$$

Из формулы видно, что передаточное отношение такого редуктора может быть больше, чем у редуктора Джеймса. Он используется, когда

$$8 < u_{1H} < 15.$$

Используется в качестве силового редуктора, в том числе, в самолетах.

Если редуктор Джеймса и двухрядный редуктор содержат солнечное и коронное колесо, то редуктор Давида может иметь два солнечных или два коронных колеса. На рис. 18.7 показан редуктор Давида с двумя солнечными колесами, одно из которых, колесо 3, неподвижно. В таком редукторе движение передается от водила H к солнечному колесу 1. Передаточное отношение редуктора:

$$u_{H1} = \frac{1}{1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z'_2}} \qquad (18.7)$$

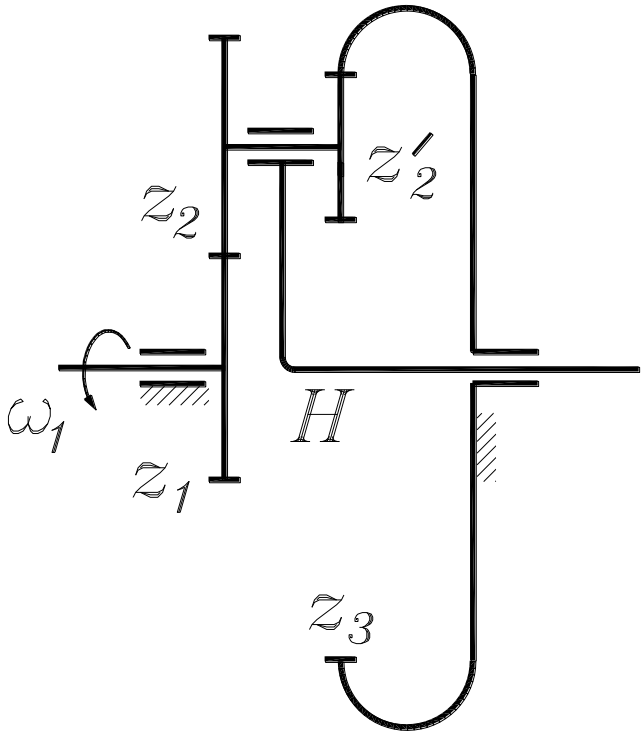



Рис. 18.6

Из формулы (18.7) видно, что чем ближе дробь в знаменателе к единице, тем больше величина передаточного отношения такого редуктора. Он используется, когда $15<u_{H1}<10000$ и более.

Например, если $z_1=100$, $z_2=99$, $z'_2=100$ и $z_3=101$, то

$$u_{H1}=\frac{1}{1-\frac{99\cdot 101}{100\cdot 100}}=10000$$

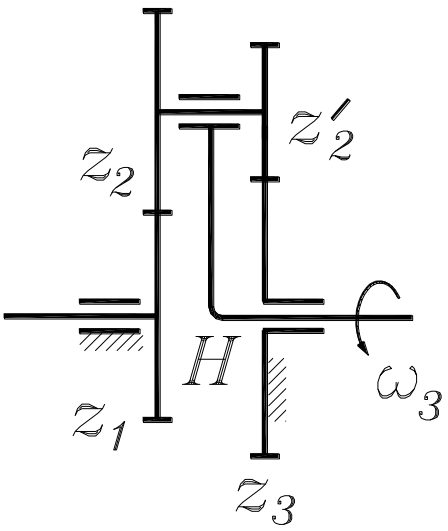



Рис. 18.7.

Однако такие редукторы не могут использоваться как силовые из-за больших потерь на трение. Редуктор с передаточным отношением $u_{H1}=10000$ имеет коэффициент полезного действия $\eta=0{,}04$, то есть, только 4% подводимой к нему мощности может быть использовано на выходе, а 96% мощности теряется на трение

внутри редуктора. Подобные редукторы используются в измерительных кинематических цепях, в приборах и в астрономии для поворота телескопов.

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое многоступенчатый или многорядный зубчатый механизм?
2. Как определить передаточное отношение сложного зубчатого механизма?
3. Чем характеризуется однорядный зубчатый механизм с паразитными колесами?
4. Как образуется простейший планетарный механизм?
5. Что такое сумматор и дифференциал и где они используются?
6. Каковы наиболее употребительные схемы планетарных редукторов и где они используются?
7. Может ли быть передаточное отношение планетарного редуктора больше тысячи?

## Лекция № 19
## Динамика машин. Общие положения.

**План лекции:**

1. Задачи динамики машин.
2. Динамические параметры машин.
3. Динамические типы машин.
4. Механические характеристики машин.
5. Режимы работы машин.

**Цель лекции:**

Из теоретической механики известно, что динамика занимается изучением движений точки, тела или системы тел под действием приложенных к ним сил. Рассмотрим это применительно к машинам, что и является целью лекции.

**Опорные слова:**

1. Динамика машин - это изучение движения машины под действием внешних сил.
2. Внешние силы - это силы двигателя, полезного сопротивления и тяжести.
3. Внутренние силы - это силы реакции и трения в кинематических парах.
4. Механическая характеристика - это зависимость силы от перемещения или скорости точки приложения этой силы.
5. Режим движения машины - это зависимость скорости главного вала или рабочего органа от времени.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 80-84.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 145-154.

## Задачи динамики машин.

После того, как конструктор спроектировал машину из механизмов, он должен уметь определить: будет ли соответствовать работа машины заданным требованиям. То есть, прежде чем отдавать спроектированную им схему машины на конструирование, изготовление и испытание, он должен расчетным путем ответить на вопрос: как будет работать машина в реальных условиях под действием внешних нагрузок. И если расчет покажет, что машина будет работать неудовлетворительно, то есть, ее работа не будет отвечать заданным требованиям, необходимо уметь ввести коррекцию в конструкцию машины для достижения, желаемого результата. Решение этой задачи относится к, так называемой, динамике машин с жесткими звеньями.

При изучении механизмов мы предполагали, что их звенья абсолютно жестки. Однако, в действительности, это не так. Все тела в природе обладают конечной жесткостью, то есть, все они упруги. Упругость звеньев машины может влиять на ее работу положительно или отрицательно, в частности, может вызвать уменьшение нагрузок в кинематических цепях, или их увеличение, вплоть до нежелательных перегрузок, могущих привести к аварийным ситуациям. Следовательно, надо уметь учитывать упругость звеньев машин для их защиты от перегрузок.

Любая машина работает на упругом основании, например, автомобиль - на шасси, технологическая машина - на фундаменте. Неизбежные колебания машины (вибрации) на этих упругих основаниях во время ее работы могут отрицательно сказываться на рабочий процесс и на окружение машины. Поэтому, надо уметь учитывать эти колебания и принимать меры для их уменьшения и защиты от них самой машины и ее окружения.

Сформулируем задачи динамики машин.

1. Динамика машин с жесткими звеньями:

а) определение характера движения машины под действием внешних сил;

б) если этот характер неудовлетворителен, введение коррекции в конструкцию машины для достижения желаемого результата.

2. Учет влияния упругости звеньев на конструкцию машины и ее работу (защита от перегрузок).

3. Уменьшение колебаний машины на фундаменте (виброзащита и виброизоляция).

## Динамические параметры машин.

Различают инерционные и силовые параметры машин.

Инерционные параметры.

К ним относятся массы и моменты инерции звеньев машин.

Масса - это мера инертности тела, совершающего поступательное движение. Масса обозначается буквой m и имеет размерность *кг*.

Момент инерции - это мера инертности тела, совершающего вращательное движение. Момент инерции обозначается буквой I и имеет размерность $кгм^2$.

Силовые параметры.

К ним относятся силы и силовые моменты. Сила обозначается буквой *F*, является векторной величиной и имеет размерность *Н*.

Силовой момент (или момент силы) обозначается буквой *M* и имеет два направления: по часовой стрелке и против часовой стрелки.

Различают внешние и внутренние силовые параметры. (В дальнейшем для упрощения будем говорить только о силах, учитывая, что то же самое относится и к силовым моментам).

Внешние силы, действующие на машину, делятся на силы двигателя, силы полезного сопротивления и силы тяжести. Рассмотрим их подробнее с точки зрения производимой ими работы.

Двигатель является источником механической энергии машины, поэтому, сила двигателя производит положительную работу:

$$A_Д>0$$

Однако бывают исключения. На рис. 19.1,а показано положение $AB_1C_1$ кривошипно-ползунного механизма двигателя внутреннего сгорания во время рабочего хода. Расширяющаяся рабочая смесь давит на поршень с силой двигателя $F_Д$, которая двигает поршень вниз и через шатун поворачивает коленчатый вал по часовой стрелке. Направление силы совпадает с направлением скорости поршня, то есть, сила при рабочем ходе способствует движению, значит, ее работа положительна. Второе положение $AB_2C_2$ механизма соответствует ходу сжатия. Рабочая смесь сопротивляется сжатию и по прежнему давит на поршень с силой двигателя (величина ее может быть другой, чем при рабочем ходе). Сила направлена вниз, а скорость поршня - вверх. Сила препятствует движению, значит, ее работа

отрицательна, как это показано на рис. 19.1,а. Конечно, величина отрицательной работы сил двигателя меньше, чем положительной и результирующая работа двигателя положительна; соотношение величин положительной и отрицательной работ влияет на КПД двигателя. Заметим, что описанный случай относится только к поршневым двигателям внутреннего сгорания. Другие двигатели выполняют только положительную работу.

Силы полезного сопротивления названы так, потому что именно для их преодоления и создана машина. Преодолевая эти силы, машина производит полезную механическую работу. Естественно предположить, что эти силы производят отрицательную работу:

$$A_C<0.$$

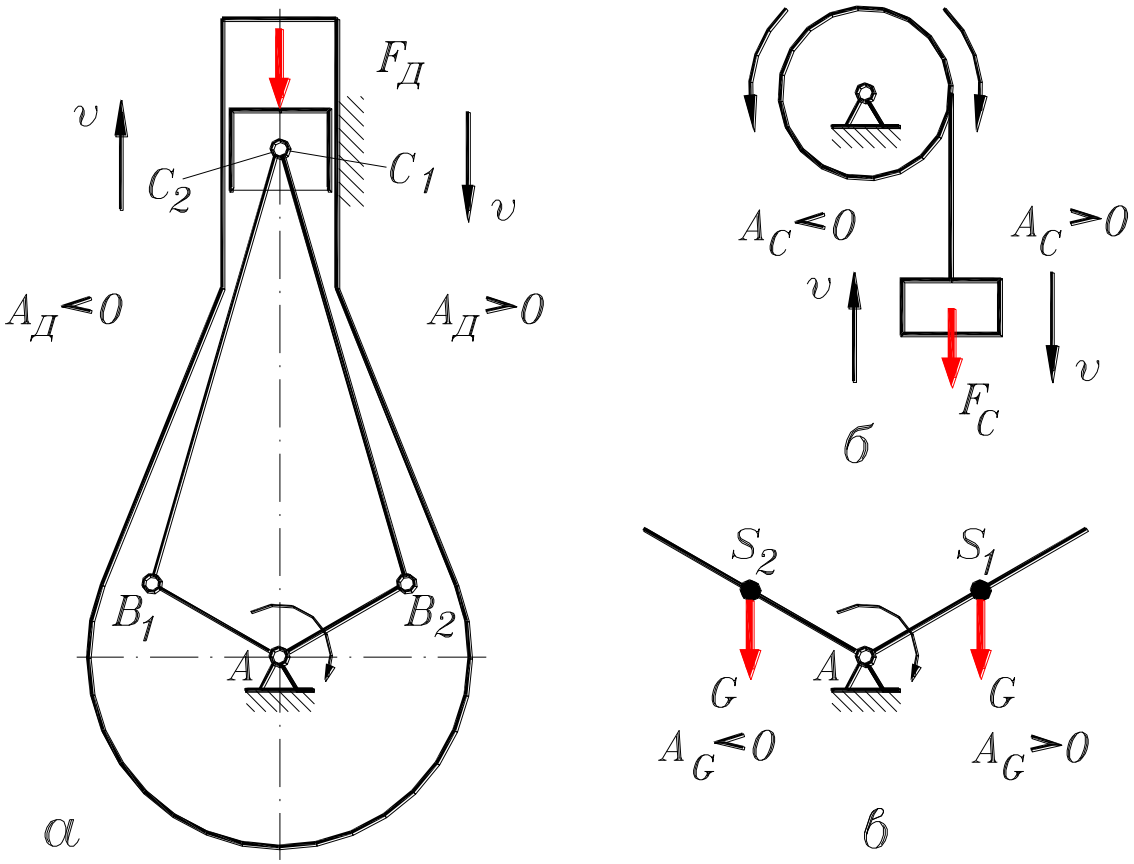



Рис. 19.1

Однако и здесь возможны исключения. На рис. 19.1,б показана схема исполнительного механизма подъемного крана, состоящего из барабана с тросом, к которому подвешен груз. На груз действует сила его тяжести, которая для подъемного крана является силой полезного сопротивления $F_C$, направленной вниз. Когда барабан вращается против часовой стрелки, происходит поднимание груза, то есть, его скорость направлена вверх. Сила $F_C$ препятствует движению и, значит, производит отрицательную работу. Когда барабан вращается по часовой стрелке, происходит опускание груза и его скорость направлена вниз. Сила тяжести груза способствует движению, то есть, производит положительную работу.

Силы тяжести звеньев машин направлены всегда вниз. Когда они способствуют движению звена, то производят положительную работу, когда препятствуют - отрицательную, как это показано на рис. 19.1,в для вращающегося звена со смещенным относительно оси вращения центром масс. В общем, можно написать:

$$A_G \leftrightarrow 0.$$

Внешние силы, действующие на машину вызывают появление внутренних сил - это силы взаимодействия звеньев в кинематических парах (силы реакции, или просто - реакции) и силы трения в них.

Реакции *R* не оказывают влияния на движение машины, так как взаимно уничтожают друг друга: с которой одно звено действует на другое, равна и противоположна силе, с которой второе звено действует на первое. Эти силы не производят работу:

$$A_R=0.$$

Но именно эти силы, в сочетании с относительным движением звеньев, вызывают появление сил трения *T* в кинематических парах. Трение всегда препятствует движению, поэтому работа сил трения всегда отрицательна:

$$A_r<0$$

Обычно в динамических расчетах работа трения оценивается при помощи к.п.д. машины [12].

## Динамические типы машин.

В начале курса мы классифицировали машины по их назначению, это были машины энергетические, транспортные, технологические и кибернетические. Теперь рассмотрим машины по другому признаку, а именно, с точки зрения динамики их работы, то есть, с точки зрения их действия. С этой точки зрения различают:

- машины непрерывного действия,
- машины периодического действия,
- машины непериодического действия.

Будем различать эти машины по четырем параметрам: по длительности работы, по особенностям конструкции, по динамическим параметрам и по типу двигателя.

Машины непрерывного действия работают в течение длительного времени, содержат звенья только роторного типа (зубчатые колеса, шкивы, маховики, барабаны и пр.), имеют неизменные динамические параметры и двигатель вращательного движения. К таким машинам относятся турбогенераторы, токарные и сверлильные станки, электровентиляторы, турбореактивные и турбовинтовые самолеты и пр.

Машины периодического действия работают в течение длительного времени, содержат стержневые и кулачковые механизмы, имеют периодически (циклически) изменяемые динамические параметры и двигатели вращательного движения. Уже одно присутствие стержневых и кулачковых механизмов в этих машинах свидетельствует о циклически изменяемых динамических параметрах, вследствие переменности передаточных отношений в механизмах. К таким машинам относятся дизель-генераторы, автомобили, кривошипные прессы, ткацкие станки, швейные машины и пр.

Машины непериодического действия имеют кратковременный период работы в режиме “пуск - останов”, содержат стержневые и кулачковые механизмы, имеют изменяемые динамические параметры и двигатели поступательного движения. Двигатели поступательного движения - это гидро- и пневмоцилиндры. К таким машинам относятся гидравлические прессы, гидравлические экскаваторы, механизмы убирающегося шасси самолета, механизмы опрокидывания кузова самосвала (или бункера хлопкоуборочной машины), механизмы открывания дверей в автобусе и пр. Последние три примера - это вспомогательные механизмы машин, но с точки зрения

динамики - это машины, так как имеют собственный двигатель и могут работать автономно.

## Механические характеристики машин.

Механическая характеристика - это зависимость силы от перемещения или скорости точки приложения этой силы. Каждая машина имеет две механические характеристики - двигателя и исполнительного механизма. Обычно механические характеристики задаются в виде графиков сил или моментов в функции перемещения или скорости. Покажем это на трех примерах.

На рис. 19.2 приведены схемы и механические характеристики дизель-генератора (рис. 19.2,а), вырубного пресса (рис. 19.2,б) и механизма опрокидывания кузова самосвала (рис. 19.2,в).

У дизель-генератора (рис. 19.2,а) механическая характеристика двигателя (дизеля) дана в виде графика силы двигателя $F_Д$ (силы давления рабочей смеси) в функции перемещения поршня S. График имеет две области - положительную и отрицательную, так как сила двигателя в данном случае выполняет и положительную, и отрицательную работу, как об этом было сказано выше. Следует отметить, что в технической литературе обе ветви этой механической характеристики, называемой индикаторной диаграммой, располагаются в положительной области, но при динамическом расчете машин с подобными двигателями надо учитывать разность знаков выполняемых ими работ. Механической характеристикой исполнительного механизма - генератора, является зависимость силового момента на валу генератора (момент полезного сопротивления $M_C$) от его угловой скорости ω. График расположен в отрицательной области.

Механической характеристикой двигателя вырубного пресса (рис. 19.2б) является график зависимости крутящего момента $M_Д$ на валу двигателя от его угловой скорости ω, а механическая характеристика исполнительного стержневого механизма пресса дана в виде диаграммы силы сопротивления (вырубки) $F_C$, приложенной к пуансону в функции его перемещения S.

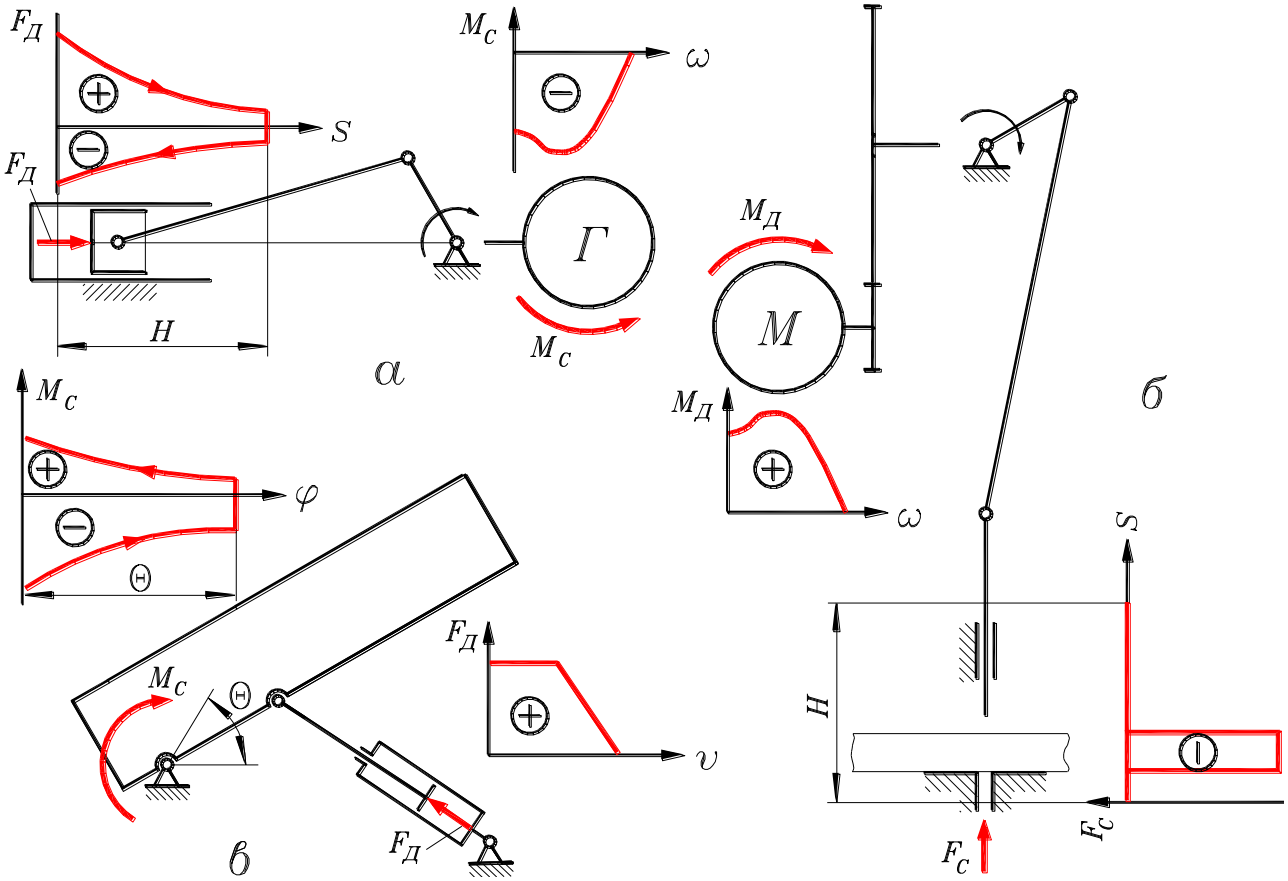



Рис. 19.2

У механизма опрокидывания кузова самосвала двигателем является гидроцилиндр и его механическая характеристика задана в виде графика силы двигателя $F_Д$ (силы давления жидкости) в зависимости от скорости штока v.

Механической характеристикой исполнительного механизма, то есть, кузова на поворотной опоре, является момент сопротивления $M_C$ движению кузова в его зависимости от угла поворота кузова φ. Момент сопротивления является величиной переменной, он определяется силой тяжести кузова и груза в нем, расположением центра масс кузова и груза, изменением этих величин в процессе разгрузки. При опускании кузова этот график располагается в положительной области, так как сила тяжести кузова в этом случае совершает положительную работу. Для предотвращения падения кузова в гидроцилиндр подается противодавление, которое создает тормозящий эффект.

Заметим, что если механическая характеристика представлена в виде силы (или момента), зависящей от скорости, то имеется в виду, что от перемещения звена приложения (вала двигателя или рабочего органа машины) она не зависит. И наоборот, если механическая характеристика задана в виде силы, зависящей от перемещения, то она остается постоянной при изменении скорости.

Возможны случаи, когда сила или момент (двигателя или полезного сопротивления) зависят и от скорости и от перемещения звена приложения. Однако эти случаи не представляют общего интереса с точки зрения теории механизмов и машин и поэтому здесь не рассматриваются.

В подавляющем большинстве случаев, у машин периодического и непериодического действия одна из механических характеристик есть зависимость силы от скорости, а другая - зависимость силы от перемещения.

Режимы движения машин.

Рассматривая динамику работы машины, обычно ограничиваются механической системой, приводимой в движение одним двигателем. Звенья этой системы кинематически связаны друг с другом, поэтому, говоря о режиме работы машины, будем иметь в виды характер движения одного из ее звеньев. Для машин непрерывного и периодического действия это обычно главный вал, на котором жестко посажены входные звенья исполнительных и вспомогательных механизмов, а для машин непериодического действия - рабочий орган.

Как правило, режимы движения машин представляются в виде диаграмм изменения скорости главного вала или рабочего органа. Такие графики называются тахограммами. Изменение скорости дается в функции времени, реже - в функции перемещения главного вала или рабочего органа. На рис. 19.3 показаны тахограммы всех трех динамических типов машин.

Тахограмма машины непрерывного действия (рис. 19.3,а) включает три режима: пуск (разгон) $t_п$, установившееся движение $t_{уд}$ и останов (выбег, торможение) $t_о$. В процессе установившегося движения скорость главного вала остается постоянной, так как динамические параметры машины непрерывного действия неизменны. Длительность установившегося движения определяется продолжительностью работы машины и может быть очень большой, что показано разрывом тахограммы.

Тахограмма машины периодического действия (рис. 19.3,б) содержит те же режимы движения: пуск, установившееся движение и останов. Главным отличием тахограммы машины периодического действия от предыдущей является то, что в режиме установившегося движения угловая скорость главного вала не остается постоянной, она периодически меняется внутри каждого цикла (время цикла - $t_ц$ на рис. 19.3,б), что является следствием переменности динамических параметров этой машины.

При пуске рассматриваемых машин скорость главного вала увеличивается от нуля до расчетной величины, причем время пуска, а соответственно и плавность пуска, могут быть различны в зависимости от типов двигателей и пусковых устройств.

Время останова (и его плавность) тоже может быть различным в зависимости от применяемого способа останова. Если останов производится просто отключением двигателя машины, то время останова может быть довольно велико, как это показано на рис. 19.3,а. Использование тормозов уменьшает время останова (рис. 19.3,в). Если в конструкции машины предусмотрено устройство фиксированного останова, то есть, останова главного вала в определенном положении, то время остановки может быть довольно малым (доли секунды). Однако в этом случае динамические нагрузки в останавливаемой системе резко возрастают, так как вся ее кинетическая энергия рассеивается в процессе кратковременного колебательного движения вокруг фиксированного положения (рис. 19.3,г).

Тахограмма машины непериодического действия включает только два режима: режим рабочего хода (время рабочего хода - $t_{рх}$ на рис.19.3,д) и режим холостого хода - $t_{хх}$. Эти режимы независимы друг от друга, более того, они могут быть разделены любым промежутком времени. В пределах рабочего или холостого хода скорость рабочего органа машины может меняться по определенному закону, зависящему от механических характеристик приводного гидро- или пневмоцилиндра и исполнительного механизма, и, если не предусмотрены специальные тормозные устройства, в конце хода происходит теоретически мгновенная остановка. Таким

образом, работают промышленные роботы, шасси самолетов, механизмы разгрузки машин и др.

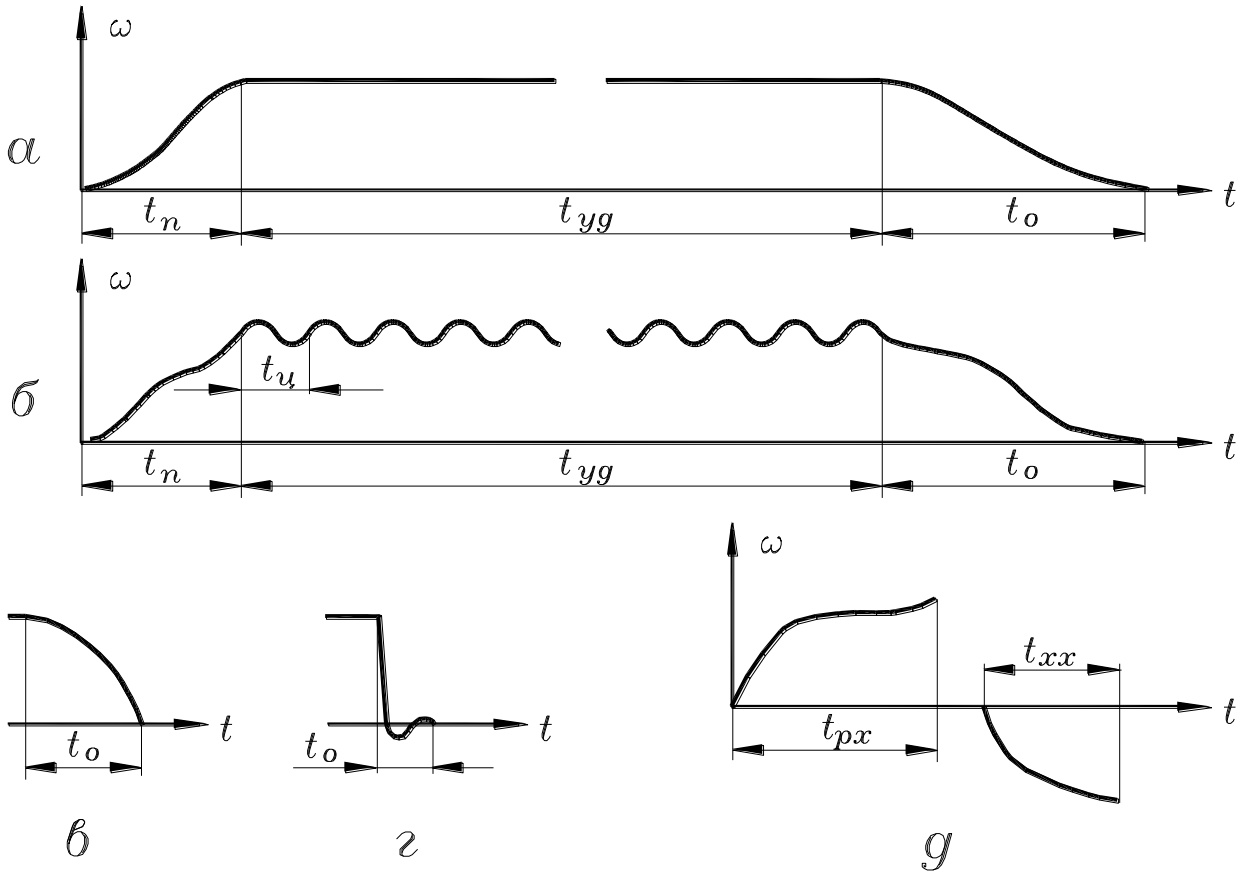



Рис. 19.3

Рассмотрим теперь требуемые соотношения работ внешних сил, необходимых для поддержания того или иного режима функционирования машины. При этом ограничимся режимом установившегося движения машин периодического действия и режимами рабочего и холостого хода машин непериодического действия, так как в дальнейшем будет рассматриваться динамика работы машин именно в этих режимах.

Характерной особенностью режима установившегося движения машины периодического действия, согласно тахограмме на рис. 19.3,б, является периодическое колебание величины угловой скорости главного вала машины вокруг какого-то среднего значения, которое остается постоянным за время установившегося движения. То есть, угловая скорость изменяется только внутри одного цикла, а от цикла к циклу остается неизменной. Очевидно, что это возможно только в том случае, когда суммарная работа внешних сил, способствующих движению, равна суммарной работе внешних сил, препятствующих движению, за один цикл.

Учитывая, что цикловая работа сил тяжести звеньев равна нулю (см. выше), можно сделать следующее заключение: главным условием режима установившегося движения является равенство цикловой работы сил двигателя цикловой работе сил полезного сопротивления

$$A_Д = A_C \qquad (19.1)$$

Тахограмма машины непериодического действия (рис. 19.3,д) показывает, что скорость рабочего органа в режиме рабочего или холостого хода изменяется от нуля в начале цикла до какой-то конечной величины в конце цикла. Очевидно, что для возможности такого движения необходимо, чтобы суммарная работа внешних сил, способствующих движению, была больше суммарной работы внешних сил,

препятствующих движению. В этом случае следует учитывать и работу сил тяжести звеньев, так как. в отличие от машин периодического действия, работа этих сил за цикл рабочего или холостого хода не равна нулю, что объясняется конструктивными особенностями машин непериодического действия:

$$A_{(Д+G)} > A_{(C+G)} \qquad (19.2)$$

где: $A_{(Д+G)}$ - суммарная работа сил двигателя и сил тяжести, способствующих движению;

$A_{(C+G)}$ - суммарная работа сил полезного сопротивления и сил тяжести, препятствующих движению.

**Контрольные вопросы:**

1. Перечислите инерционные и силовые параметры машин.
2. Какую работу совершают силы двигателя, полезного сопротивления и тяжести?
3. Какую работу выполняют силы реакции и трения?
4. Назовите динамические типы машин, дайте их определения и примеры.
5. Что такое механические характеристики машин?
6. Какие режимы движения имеют место при работе машин непрерывного, периодического и непериодического действия?

## Лекция № 20
## Динамическая модель машин.

**План лекции:**

1. Определение динамической модели машины.
2. Расчет параметров динамической модели машины.
3. Уравнение движения машины в энергетической форме.
4. Уравнение движения машины в дифференциальной форме.

**Цель лекции:**

Динамический расчет машин непрерывного действия не представляет общего интереса с точки зрения теории машин.

Практически любая современная машина периодического и непериодического действия представляет собой многозвенную механическую систему с переменными кинематическими и динамическими параметрами, прямой динамический расчет такой системы сложен, поэтому в большинстве случаев подвижную часть машины заменяют ее динамической моделью. То есть, мы будем для сокращения говорить о динамической модели машины, но будем иметь в виду модель ее подвижной механической системы без корпуса или станины.

**Опорные слова:**

1. Динамическая модель машины это одно воображаемое звено, обладающее динамическими параметрами всей машины.
2. Приведенный момент инерции - это момент инерции, определяемый из равенства кинетических энергий модели и машины.
3. Приведенный силовой момент - это силовой момент, определяемый из равенства мощностей модели и машины.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 83-85.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 155-161.

Здесь и в дальнейшем будем рассматривать динамические расчеты машин периодического и непериодического действия. Динамический расчет машин непрерывного действия не представляет общего интереса с точки зрения теории машин.

Практически любая современная машина периодического и непериодического действия представляет собой многозвенную механическую систему с переменными кинематическими и динамическими параметрами, прямой динамический расчет такой системы сложен, поэтому в большинстве случаев подвижную часть машины заменяют ее динамической моделью. То есть, мы будем для сокращения говорить о динамической модели машины, но будем иметь в виду модель ее подвижной механической системы без корпуса или станины. О влиянии корпуса или станины машины на ее работу речь будет идти в следующих лекциях.

Динамическая модель машины.

Динамическая модель машины - это одно воображаемое звено, вращающееся вокруг оси или движущееся по направляющим, причем ось вращения и

направляющие могут быть неподвижными или подвижными. Кинематически это звено совмещается с одним из звеньев машины, как правило, с главным валом машины периодического действия, или с рабочим органом машины непериодического действия. С динамической точки зрения, это гипотетическое звено должно быть полностью идентично машине, то есть, оно должно обладать такими же динамическими параметрами, что и машина. Следовательно, все инерционные и все силовые параметры машины надо заменить двумя суммарными (приведенными): инерционным и силовым параметрами динамической модели. При определении этих параметров удобно связать их с кинетической энергией и мощностью модели и машины.

Таким образом, динамическая модель машины - это одно воображаемое звено, кинетическая энергия которого в каждый момент времени равна кинетической энергии всех звеньев машины, и которое нагружено силой или силовым моментом, мощность которого в каждый момент времени равна мощности всех сил и силовых моментов, приложенных к звеньям машины.

И инерционные и силовые параметры динамической модели называются приведенными, так как массы и моменты инерции звеньев, силы и силовые моменты надо привести от различных звеньев и точек звеньев машины к ее модели, совмещенной с одним из звеньев машины. Это звено в данном случае называется звеном приведения. То есть, скорость динамической модели, которая подлежит определению в динамическом расчете, есть скорость звена приведения.

На рис. 20.1,а приведена динамическая модель машины в виде звена с переменным приведенным моментом инерции $I^{пр}(\varphi)$, которое вращается с переменной угловой скоростью $\omega(\varphi)$ под действием приведенного силового момента $M^{пр}(\varphi;\omega)$. Динамическая модель на рис. 20.1,б - это звено с массой $m^{пр}(s)$, движущееся поступательно со скоростью $v(s)$ под действием приведенной силы $F^{пр}(s;v)$. Зависимость приведенного силового момента $M^{пр}$ и приведенной силы $F^{пр}$ не только от положения динамической модели, но и от скорости, связана с механическими характеристиками двигателей (см. лекцию № 19).

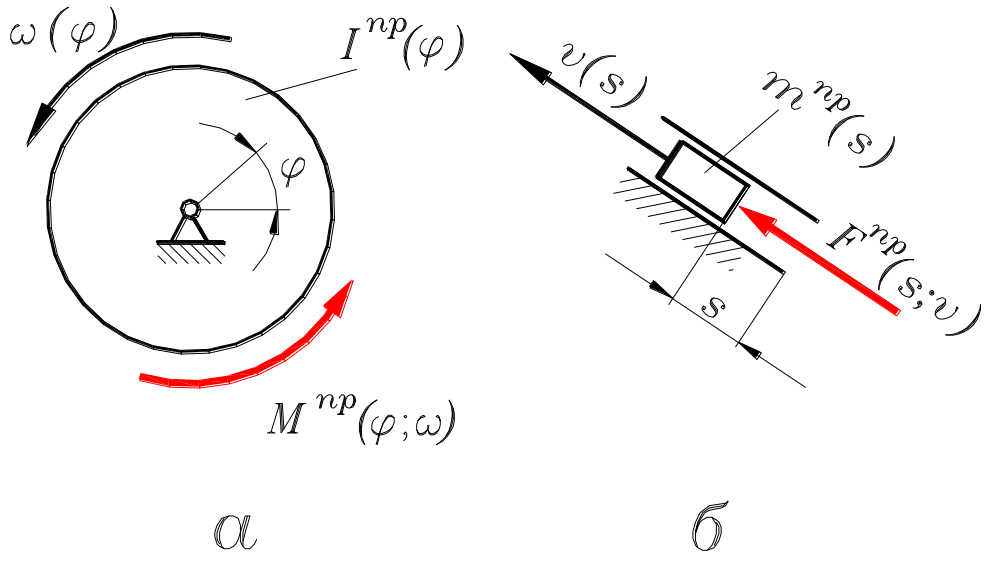



Рис. 20.1

Параметры динамической модели.

Расчет параметров динамической модели покажем на конкретном примере. На рис. 20.2,а дана схема машины. Это может быть механический пресс, долбежный станок, формовочная машина и др. Геометрические, кинематические и динамические параметры машины известны.

Геометрические параметры:

- числа зубьев шестерни $z_1$ и колеса $z_2$ передаточного механизма;

- схема исполнительного и вспомогательного механизмов (стержневого и кулачкового) в масштабе $\mu_l$.

Кинематические параметры:

- входной кинематический параметр, например угловая скорость главного вала $\omega_1$;

- план скоростей стержневого механизма в масштабе $\mu_v$ (на рис. 20.2 не показан);

- передаточные отношения механизмов.

Динамические параметры:

а) инерционные

- массы шатуна 2, ползуна 3 и толкателя Т: $m_2$, $m_3$ и $m_T$ в кг, причем масса шатуна сосредоточена в центре масс S; массы ротора двигателя и зубчатых колес не учитываются, так как эти вращающиеся звенья являются звеньями роторного типа, то есть, их центр масс совпадает с центром вращения и, следовательно, масса не оказывает влияния на движение машины; масса кривошипа 1 и кулачка К также не учитываются, так как вместе с главным валом, на котором они закреплены, это соединение с небольшой погрешностью тоже может считаться звеном роторного типа;

- моменты инерции всех звеньев, совершающих вращательное или сложное движение: $I_Д$ (ротор электродвигателя), $I_1$ (главный вал с кривошипом и кулачком), $I_2$, $I_{z1}$, $I_{z2}$ в кгм$^2$;

б) силовые

- силовой момент двигателя $M_Д$ в Нм;

- силы полезного сопротивления $F_3$ и $F_T$, приложенные к ползуну 3 и толкателю Т в Н;

-силы тяжести, приложенные в центрах масс звеньев: $G_2$, $G_3$ и $G_T$ в Н (считается, что для ползуна эта сила приложена в точке С, а для толкателя точка приложения не имеет значения, так как он движется вертикально).

Заменим машину динамической моделью в виде вращающегося звена, кинематически совмещенного с главным валом машины, то есть, имеющего в рассматриваемый момент времени ту же самую угловую скорость $\omega_1$ (рис. 20.2,б).

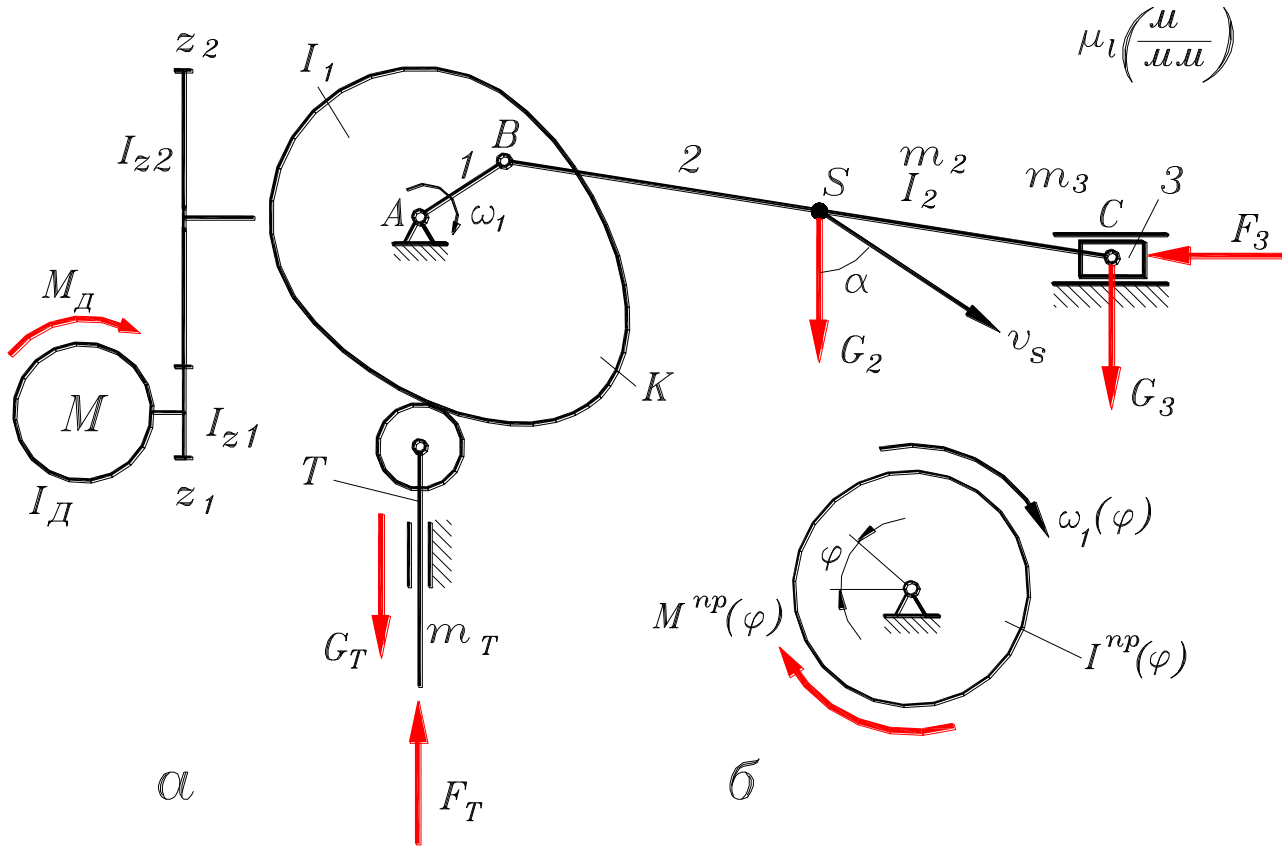



Рис. 20.2

Таким образом, задача определения параметров динамической модели машины сводится к приведению всех ее динамических параметров к главному валу, для чего используются условия равенства кинетических энергий и мощностей машины и модели.

Момент инерции $I^{пр}$ динамической модели найдем из условия равенства кинетических энергий:

$$T_{МОД} = T_{МАШ}$$

Кинетическая энергия динамической модели (рис. 20.2,б):

$$T_{МОД} = \frac{I^{пр}\,\omega_1^2}{2}$$

Кинетическая энергия машины (рис. 20.2,а):

$$T_{МАШ} = \frac{1}{2}I_Д\,\omega_Д^2 + \frac{1}{2}I_{z1}\,\omega_Д^2 + \frac{1}{2}I_{z2}\,\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_1\,\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\,\omega_1^2 + + \frac{1}{2}m_2\,v_s^2 + \frac{1}{2}m_3\,v_C^2 + \frac{1}{2}m_T\,v_T^2$$

После подстановки этих выражения в исходное равенство и после его решения относительно приведенного момента инерции получим:

$$I^{пр} = I_Д\frac{\omega_Д^2}{\omega_1^2} + I_{z1}\frac{\omega_Д^2}{\omega_1^2} + I_{z2}\frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} + I_1\frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} + I_2\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} + + m_2\frac{v_S^2}{\omega_1^2} + m_3\frac{v_C^2}{\omega_1^2} + m_T\frac{v_T^2}{\omega_1^2}$$

Отношения скоростей есть передаточные отношения, поэтому:

$$I^{пр} = I_Д\,u_{Д1}^2 + I_{z1}\,u_{Д1}^2 + I_{z2} + I_1 + m_2\,u_{S1}^2 + + I_2\,u_{21}^2 + m_3\,u_{C1}^2 + m_T\,u_{T1}^2$$

Общий вид формулы для определения приведенного момента инерции следующий:

$$I^{пр} = \Sigma(I_i\,u_{i1}^2 + m_i\,u_{Si1}^2) \qquad (20.1)$$

где: $I_i$ и $m_i$ - момент инерции и масса звена i;

$u_{i1}$ - передаточное отношение от звена i к звену приведения;

$u_{Si1}$ - передаточное отношение от центра масс звена i к звену приведения.

Силовой момент динамической модели найдем из условия равенства мощностей модели и машины:

$$P_{МОД} = P_{МАШ}$$

Мощность динамической модели есть мощность приложенного к ней приведенного силового момента (рис. 20.2,б):

$$P_{МОД} = M^{пр}\,\omega_1$$

Мощность машины - это мощность всех сил и всех силовых моментов, приложенных к точкам звеньев и звеньям машин (рис. 20.2,а):

$$P_{МАШ} = M_Д\,\omega_Д + G_2\,v_S\cos\alpha - F_3\,v_C - F_T\,v_T + G_T\,v_T$$

где $\alpha$ - угол давления - острый угол между силой и скоростью точки приложения этой силы (рис. 20.2,а).

Для сил сопротивления $F_3$ и $F_T$ углы давления равны нулю, поэтому, косинусы их равны единице и, соответственно, не указаны в выражении мощности машины. Для силы тяжести третьего звена (ползуна) угол давления равен $90^0$, поэтому мощность этой силы равна нулю.

Правило знаков мощностей следующее. Если момент, приложенный к звену, совпадает по направлению с угловой скоростью этого звена, то он развивает положительную мощность, и наоборот. Соответственно, если сила, приложенная к точке звена, совпадает по направлению со скоростью этой точки, то она развивает положительную мощность, и наоборот. Если же между силой и скоростью имеется угол, то таким же образом следует сравнивать направление силы и направление проекции скорости на линию действия силы.

Приравняв правые части последних выражений и решив полученное уравнение относительно приведенного силового момента, получим:

$$M^{пр} = M_Д\,\frac{\omega_Д}{\omega_1} + G_2\,\frac{v_{S2}}{\omega_1}\cos\alpha - F_3\,\frac{v_C}{\omega_1} - F_T\,\frac{v_T}{\omega_1} + G_T\,\frac{v_T}{\omega_1}$$

Так как отношения скоростей есть передаточные отношения, то

$$M^{пр} = M_Д\,u_{Д1} + G_2\,u_{S1}\cos\alpha - F_3\,u_{C1} - F_T\,u_{T1} + G_T\,u_{T1}$$

Общий вид формулы для определения, приведенного силового момента:

$$M^{пр} = \Sigma(\pm M_i\,u_{i1}) + \Sigma[\pm F_K\,u_{K1}\cos(F_K;v_K)] \qquad (20.2)$$

где: $M_i$ - силовой момент, приложенный к звену i;

$u_{i1}$ - передаточное отношение от звена i к звену приведения;

$F_K$ - сила, приложенная к точке К;

$u_{K1}$ - передаточное отношение от точки К к звену приведения;

$(F_K;v_K)$ - острый угол между силой, приложенной к точке К и скоростью этой точки.

Формулы (20.1) и (20.2) предназначены для определения параметров динамической модели в виде вращающегося звена. Если модель представлена в виде поступательно движущегося звена, то пригодны те же самые формулы, но вместо $I^{пр}$ надо подставить $m^{пр}$, а вместо $M^{пр}$ - $F^{пр}$. Размерности передаточных отношений изменятся, в результате чего, вместо приведенного момента инерции в кгм$^2$ получится приведенная масса в кг, а вместо приведенного силового момента в Нм - приведенная сила в Н.

Заметим, что в формулах (20.1) и (20.2) звеном приведения является звено 1, однако в конкретных случаях им может оказаться другое звено, что приведет к соответственному изменению индексации передаточных отношений.

Рассмотрение формул параметров динамической модели машины показывает переменность этих параметров. Действительно, передаточные отношения стержневых и кулачковых механизмов переменны внутри цикла функционирования машины периодического и непериодического действия, Силы и силовые моменты также могут меняться в соответствии с механическими характеристиками этих машин. Постоянными в большинстве случаев остаются только передаточные отношения зубчатых механизмов, а также массы и моменты инерции звеньев машин, хотя возможны вариации и этих параметров (см., например, [8] о движении машин с переменными массами звеньев и [2] о зубчатых механизмах с переменными передаточными отношениями).

В соответствии с этим, динамическая модель машины, то есть, гипотетическое звено с переменными динамическими параметрами, в общем случае, может двигаться только с переменной скоростью. Одной из задач динамики является определение характера этого движения. Рассмотрим сначала уравнения движения динамической модели в общем виде.

**Контрольные вопросы:**

1. Дайте определение динамической модели машины.
2. С каким звеном обычно кинематически связывается динамическая модель машины периодического и непериодического действия?
3. Из какого условия определяется приведенный момент инерции динамической модели?
4. Из какого условия находится приведенный силовой момент динамической модели?

## Лекция №21
## Уравнение движения машины.

**План лекции:**

1. Уравнение движения машины.
2. Уравнение движения машины в энергетической форме.
3. Уравнение движения машины в дифференциальной форме.

**Цель лекции:**

Динамический расчет машин непрерывного действия не представляет общего интереса с точки зрения теории машин.

Практически любая современная машина периодического и непериодического действия представляет собой многозвенную механическую систему с переменными кинематическими и динамическими параметрами, прямой динамический расчет такой системы сложен, поэтому в большинстве случаев подвижную часть машины заменяют ее динамической моделью. То есть, мы будем для сокращения говорить о динамической модели машины, но будем иметь в виду модель ее подвижной механической системы без корпуса или станины.

**Опорные слова:**

1. Динамическая модель машины это одно воображаемое звено, обладающее динамическими параметрами всей машины.
2. Приведенный момент инерции - это момент инерции, определяемый из равенства кинетических энергий модели и машины.
3. Приведенный силовой момент - это силовой момент, определяемый из равенства мощностей модели и машины.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 85-87.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 161-163.

Рассмотрение ограничим случаем вращающейся динамической модели.

Движение поступательно движущейся динамической модели будет подчиняться тем же уравнениям, но с соответствующей заменой угловых кинематических и динамических параметров на линейные.

Будем различать две формы уравнений движения динамической модели: энергетическую и дифференциальную. Обе эти формы базируются на уравнении изменения кинетической энергии, известном из теоретической механики:

$$T\text{-}T_0=A \qquad (21.1)$$

где: T и $T_0$ - текущее и начальное значение кинетической энергии динамической модели;

A - работа приведенного силового момента, затраченная на изменение кинетической энергии.

В соответствии с рис. 20.1,а можно записать:

$$T - T_0 = \frac{1}{2} I^{np} \omega^2 - \frac{1}{2} I_0^{np} \omega_0^2$$

где: $I^{пр}$ и $I^{пр}_0$ - текущее и начальное значение приведенного момента инерции динамической модели;

$\omega$ и $\omega_0$ - текущее и начальное значение угловой скорости динамической модели.

На рис. 20.1,а показано, что приведенный силовой момент зависит и от перемещения, и от скорости динамической модели, однако здесь будем учитывать его зависимость только от перемещения. Тогда:

$$A = \int_0^{\varphi} M^{np}\, d\varphi \qquad (21.2)$$

Приравняв правые части двух последних выражений, имеем:

$$\frac{1}{2} I^{np} \omega^2 - \frac{1}{2} I_0^{np} \omega_0^2 = \int_0^{\varphi} M^{np}\, d\varphi$$

Отсюда получаем выражение для угловой скорости:

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{I^{np}} \int_0^{\varphi} M^{np}\, d\varphi + \frac{I_0^{np}}{I^{np}} \omega_0^2} \qquad (21.3)$$

Выражение (21.3) удобно для определения характера движения рабочих органов машин непериодического действия при силах, зависящих только от перемещения звеньев, например, машин с пружинными двигателями. Это выражение выведено из уравнения движения динамической модели в энергетической форме.

Чтобы получить дифференциальную форму уравнений движения, продифференцируем исходное уравнение (21.1):

$$d(T-T_0)=dA \qquad (21.4)$$

Предположим, что начальное значение кинетической энергии есть величина постоянная. Тогда $dT_0=0$. Используя (21.2), из (21.4) получим:

$$dT = M^{np}\, d\varphi$$

Разделяя обе части равенства на dφ, имеем:

$$\frac{dT}{d\varphi} = M^{np}$$

Но $T=I^{np}\cdot\omega^2/2$, тогда:

$$\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{1}{2} I^{np} \omega^2\right) = M_{np}$$

Возьмем производную произведения:

$$\frac{1}{2} I^{np}\, 2\omega \frac{d\omega}{d\varphi} + \frac{1}{2} \frac{dI^{np}}{d\varphi} \omega^2 = M^{np}$$

Умножим и разделим первый член левой части на *dt*

$$I^{np}\, \omega \frac{d\omega}{dt} \frac{dt}{d\varphi} + \frac{1}{2} \frac{dI^{np}}{d\varphi} \omega^2 = M^{np}$$

Учитывая, что в первом члене $d\varphi/dt=\omega$, после сокращения получим:

$$I^{np}\, \frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dI^{np}}{d\varphi} \omega^2 = M^{np}$$

Обычно обозначают $d\omega/dt=d^2\varphi/dt_2$, тогда получим:

$$I^{np}\, \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{1}{2} \frac{dI^{np}}{d\varphi} \omega^2 = M^{np} \qquad (21.5)$$

Уравнение (21.5) есть неоднородное нелинейное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами, так как $I^{np}$ и $M^{np}$ есть функции φ. Это уравнение может быть решено аналитически, если $I^{np}(\varphi)$ и $M^{np}(\varphi)$ есть математические функции. Но, в общем случае, эти функции могут быть совершенно произвольными, поэтому уравнение решается или численными методами или графо-аналитически. То же самое

относится и к выражению (21.3) в части определения интеграла в подкоренном выражении. В следующих лекциях будут рассмотрены графо-аналитические методы.

**Контрольные вопросы:**

1. Дайте определение динамической модели машины.
2. С каким звеном обычно кинематически связывается динамическая модель машины периодического и непериодического действия?
3. Выведете уравнение движения динамической модели в энергетической форме.
4. Выведете уравнение движения динамической модели в дифференциальной форме.

## Лекция № 22
## Динамический расчет машин непериодического действия.

**План лекции:**

1. Задачи динамического расчета машин непериодического действия.
2. Механические характеристики двигателей машин непериодического действия (гидроцилиндров и пневмоцилиндров).
3. Предпосылки решения динамической задачи.
4. Графический прием определения характера движения динамической модели.
5. Расчет времени срабатывания машины.

**Цель лекции:**

Научиться решать задачи динамического расчета и механические характеристики машин.

**Опорные слова:**

1. Машина непериодического действия - это машина, работающая в режиме «пуск-останов» и имеющая двигатель поступательного движения.
2. Механическая характеристика гидроцилиндра - это зависимость силы гидроцилиндра от скорости его штока.
3. Время срабатывания машины непериодического действия - это величина, равная частному от деления хода динамической модели на ее среднюю скорость.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 88-91.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 164-177.

Как было сказано в лекции №19, к машинам непериодического действия относятся машины, работающие в режиме “пуск - останов”, имеющие переменные динамические параметры, стержневые и кулачковые механизмы в основе своей конструкции, а также, имеющие, в основном, приводы (двигатели) поступательного движения: пневмо- и гидроцилиндры. К таким машинам можно отнести гидравлические прессы и гидравлические экскаваторы, машины для точечной сварки и формовочные машины. Сюда же могут быть отнесены многие вспомогательные механизмы машин, имеющие собственный двигатель, то есть, с точки зрения динамики, эти вспомогательные механизмы являются машинами. Это - механизм опрокидывания кузова самосвала или бункера хлопкоуборочной машины, механизм убирающегося шасси самолета, механизм подачи заготовок в рабочую зону технологической машины, механизмы манипулятора робота, механизм подъема ножа культиватора и т.д.

Задачей динамического расчета таких машин является определение характера движения рабочего органа и время срабатывания, то есть, время прямого и обратного хода, например, время убирания и выпускания ноги шасси самолета.

Особенностью рассматриваемых машин с точки зрения динамики является то, что механические характеристики двигателей заданы в виде графика силы в функции скорости, в то время как механические характеристики исполнительных механизмов есть зависимости сил в функции перемещения рабочих органов.

Решающее влияние на динамику работы машин оказывает механическая характеристика двигателя, в данном случае гидроцилиндра или пневмоцилиндра. Рассмотрим ее подробнее.

Механические характеристики гидро- и пневмоцилиндров.

Рассмотрим сначала механическую характеристику гидропривода.

В этом случае двигателем машины является гидроцилиндр 4 (рис. 22.1,а), включенный в гидравлическую систему, содержащую бак 1 с рабочей жидкостью, гидронасос 2 и орган управления (золотник) 3, связанные трубопроводами.

Определяющим показателем гидросистемы является техническая характеристика гидронасоса, то есть, его производительность и давление жидкости на выходе (потерями скорости и ее давления в трубопроводах и органах управления здесь пренебрегаем, их учет дан в [4]).

В гидроприводах транспортных, технологических машин и роботов используются преимущественно шестеренные, плунжерные, аксиально-поршневые и пластинчатые насосы с производительностью от 10 до 200 литров в минуту и развиваемым давлением жидкости от 0,5 до 10 МПа [4].

При положении золотника, показанном на рис. 22.1, жидкость от насоса подается в поршневую полость 5 гидроцилиндра и поршень со штоком перемещается слева направо (обычно это соответствует рабочему ходу исполнительных органов машин). Если внешняя сила полезного сопротивления $F_C$ и силы трения между поршнем, штоком и цилиндром отсутствуют, то поршень будет двигаться с максимальной скоростью, определяемой производительностью насоса, а давление в поршневой полости, значит, и сила двигателя, будут равны нулю. Жидкость из штоковой полости 6 при этом сливается в бак.

Максимальная скорость поршня определяется делением производительности насоса на площадь поршня. С учетом преобразования размерностей имеем:

$$v_{\max} = \frac{Q}{15000\pi D^2} \quad \text{(м/с)} \qquad (22.1)$$

где: Q - производительность гидронасоса в л/мин;

D - диаметр гидроцилиндра в м.

Заметим, что практически поршень никогда не достигает максимальной скорости из-за неизбежного трения в уплотнениях между поршнем, штоком и цилиндром; кроме того, жидкость из штоковой полости в бак сливается с противодавлением из-за трения в трубопроводах и дросселирования в органах управления.

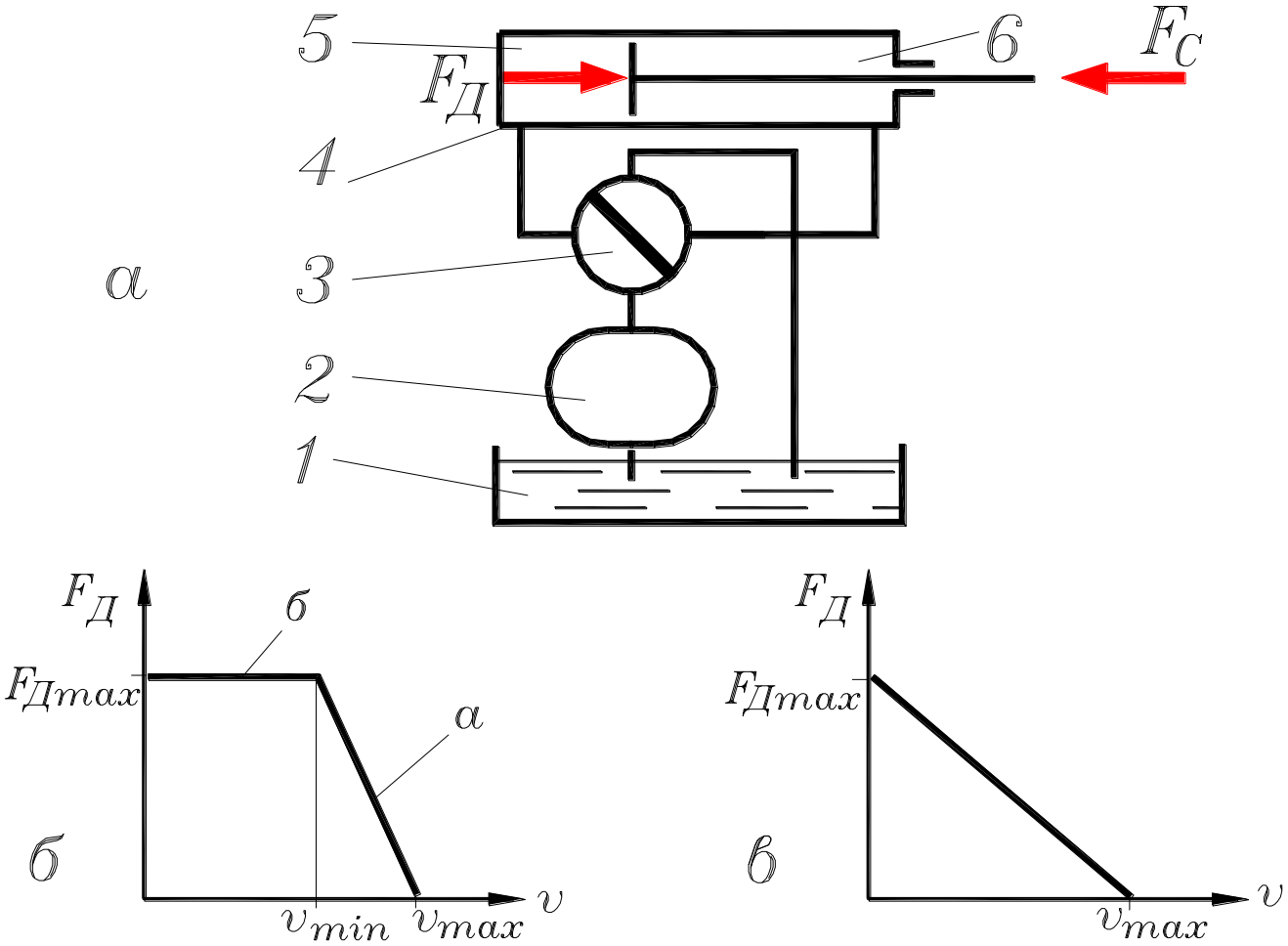



Рис. 22.1

Если к штоку приложить силу сопротивления $F_C$, то его скорость уменьшится, а давление в поршневой полости (и сила двигателя $F_Д$) возрастет, причем уменьшение скорости будет пропорционально увеличению силы. Следует сказать, что эта зависимость силы от скорости для гидроцилиндров, питаемых насосами разных типов, может быть различна, однако во всех упомянутых случаях (то есть, с насосами шестеренными, аксиально-поршневыми, плунжерными и пластинчатыми) она близка к линейной. Поэтому можно считать, что рабочая часть механической характеристики гидроцилиндра (а на рис. 22.1,б) - это прямая линия, наклоненная к оси абсцисс.

Уменьшение скорости поршня при увеличении нагрузки объясняется многими причинами, главными из которых являются утечки в гидронасосе и органах управления и сжимаемость жидкости при высоких давлениях [4].

Итак, с увеличением внешней силы полезного сопротивления $F_C$ скорость штока падает, а сила гидроцилиндра растет до вполне определенной величины, диктуемой максимальным давлением гидронасоса. Эта максимальная силы двигателя рассчитывается по формуле:

$$F_{Д\,max} = 10^6\, p \frac{\pi D^2}{4} \quad \text{(Н)} \qquad (22.2)$$

где p - давление, развиваемое гидронасосом в МПа.

При достижении гидроцилиндром максимальной силы скорость поршня становится минимальной $v_{min}$ (рис. 22.1,б). Величина падения скорости зависит от типа насоса и аппаратуры управления. В среднем можно считать, что она достигает (20-30) %, то есть, $v_{min}=(0,7\div 0,8)v_{max}$

Если внешняя сила $F_C$ становится больше, чем максимальная сила гидроцилиндра $F_{Дmax}$, то поршень останавливается, под ним сохраняется максимальное давление (б на рис. 22.1,б), а избыток жидкости сливается в бак через предохранительный клапан (на схеме рис. 22.1,а не показан).

Таким образом, строится механическая характеристика при рабочем ходе.

При холостом ходе механическая характеристика гидроцилиндра имеет аналогичный вид, но максимальная скорость здесь больше, а сила меньше, так как жидкость под давление поступает в штоковую полость с меньшей площадью поперечного сечения, а из поршневой сливается в бак:

$$v'_{\max} = \frac{Q}{15000\pi(D^2 - d^2)} \quad \text{(м/с)} \qquad (22.3)$$

$$F'_{Д\max} = 10^6 p \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} \quad \text{(Н)} \qquad (22.4)$$

Перейдем теперь к пневмоприводу. Пнвмопривод в виде пневмоцилиндра применяется в транспортных и технологических машинах, а также, в промышленных роботах.

В транспортных машинах пневмоцилиндры используются для привода вспомогательных механизмов, чаще всего - это механизмы торможения тяжелых автобусов, грузовиков и поездов. Пневмоцилиндры включаются в схему, аналогичную показанной на рис. 22.1,а, где вместо гидронасоса - компрессор, а вместо бака с жидкостью - атмосфера. Максимальная скорость поршня и сила пневмоцилиндра рассчитываются по вышеприведенным формулам, но с учетом технической характеристики компрессора.

Однако наиболее широко пневмопривод используется в технологических машинах и роботах, установленных на промышленных предприятиях, где сжатый воздух подается из заводской пневмосети, питаемой стационарным компрессором большой производительности. Техническими показателями пневмосети является давление сжатого воздуха и скорость его истечения из штуцера, предназначенного для питания технологической машины или промышленного робота.

Давление сжатого воздуха в заводских пневмосетях может доходить до 0,5 МПа, однако при инженерных расчетах следует принимать меньшее значение - 0,48 МПа [3].

Что касается скорости истечения сжатого воздуха, то эту характеристику пневмосети удобно выразить через производительность Q, измеряемую в $м^3$/мин, как это принято в пневмосетях. При средних скоростях истечения (12 4 15) м/с и диаметрах отверстия (10 4 15) мм эта производительность может быть принята $Q=(0,06\div 0,16)$, $м^3$/мин.

Механические характеристики пневмоцилиндров строятся таким же способом, как это было описано для гидроцилиндров, но с учетом следующих особенностей.

Максимальная скорость поршня при рабочем и холостом ходах будет рассчитываться иначе, так как производительность здесь задается не в л/мин, а в $м^3$/мин.

При прямом (рабочем) ходе:

$$v_{\max} = \frac{Q}{15\pi D^2} \text{ (м/с)} \qquad (22.5)$$

При обратном (холостом) ходе:

$$v'_{\max} = \frac{Q}{15\pi (D^2 - d^2)} \text{ (м/с)} \qquad (22.6)$$

Вторая особенность заключается в том, что при увеличении нагрузки на штоке от нуля до максимально возможной величины его скорость изменяется по линейному закону от максимального значения не до конечной величины, как в гидроцилиндра, а до нуля [8]. Это объясняется разными свойствами жидкости (в гидросистеме) и газа (в пневмосистеме), в основном, значительно большей сжимаемостью газа по сравнению с жидкостью.

Максимальная сила пневмоцилиндра при рабочем и холостом ходах рассчитывается по формулам (22.2) и (22.4), где p=0,48 МПа.

Таким образом, механическая характеристика пневмоцилиндра представляет собой прямую линию, соединяющую точку максимальной скорости на оси абсцисс и максимальной силы на оси ординат (рис. 22.1,в).

Предпосылки решения динамической задачи.

Динамическую модель в рассматриваемых машинах удобно совмещать с поршнем гидро- или пневмоцилиндра (рис. 22.2), причем в данном случае показываются две приведенные силы: зависящая от скорости $F^{пр}(v)$ (сила двигателя) и зависящая от перемещения $F^{пр}(s)$ (от силы полезного сопротивления и тяжести).

Соответственно этому, уравнение движения динамической модели в форме кинетических энергий запишется так:

$$\frac{m^{пр} v^2}{2} - \frac{m_0^{пр} v_0^2}{2} = A_S - A_v \qquad (22.7)$$

где: $m^{пр}$ и v - текущие значения приведенной массы и скорости динамической модели;

$m^{пр}_0$ и $v_0$ - масса и скорость в начале рассматриваемого интервала движения;

$A_S$ - работа приведенной силы, зависящей от перемещения;

$A_V$ - то же для приведенной силы, зависящей от скорости.

Работа $A_S$ может быть определена внутри любого интервала движения, так как механическая характеристика силы сопротивления задана в функции перемещения. Что касается работы $A_V$, то она не может быть определена, так как даже, если известно значение силы $F_{V0}$ в начале интервала, то ее изменение и конечное значение неизвестны потому, что механическая характеристика силы двигателя (гидро- или пневмоцилиндра) задана в функции скорости.

Согласно методу, предложенному Скуридиным М.А. [12], эта работа может быть определена приближенно, если предположить, что сила $F_V$ изменяется по линейному закону внутри достаточно малого интервала перемещения динамической модели. Далее задача решается графически с использованием обеих механических характеристик.

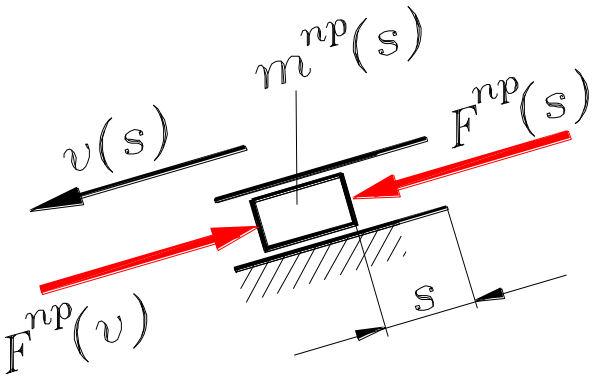



Рис. 22.2

Однако использование метода Скуридина для решения динамической задачи машин с гидро- пневмоцилиндрами показало, что он может быть значительно упрощен из-за того, что значения кинетических энергий динамической модели пренебрежимо малы по сравнению с величинами работ приложенных к ней сил. Дело в том, что работа таких машин характеризуется малыми значениями скоростных параметров (например, скорости центров масс звеньев обычно не достигают 0,1 м/с), а силовые параметры, как правило, велики.

Исходя из этого, вместо левой части уравнения (22.7) можно написать ноль. Учитывая, что работа $A_S$ отрицательна, получим:

$$A_V = A_S \qquad (22.8)$$

(Заметим, что в некоторых случаях работа $A_S$ может быть положительной, например, при опускании кузова самосвала или при выпускании ноги шасси самолета. Однако, для определенности движения, этого стараются не допускать, вводя дополнительно сопротивление в виде противодавления в гидроцилиндре).

Учитывая, что работы $A_V$ и $A_S$ рассматриваются на одном и том же достаточно малом интервале движения $\Delta s$ и, предположив, что силы $F^{пр}(v)$ и $F^{пр}(s)$ изменяются по линейному закону внутри этого интервала, можно воспользоваться усредненными значениями этих приведенных сил, то есть, $A_V = F^{пр}{}_V \Delta s$ и $A_S = F^{пр}{}_S \Delta s$.

Тогда:

$$F_V^{np} = F_S^{np} \qquad (22.9)$$

Таким образом, от уравнения динамики (22.7) мы пришли к уравнению статики (18.9), то есть, динамический метод решения задачи переходит в статический в результате предпринятых упрощений метода Скуридина, основанных на реальных соотношениях кинетических энергий и работ в машинах рассматриваемого типа.

Уравнение (22.9) говорит о том, что в любом положении динамической модели приведенная сила, зависящая от перемещения, равна приведенной силе, зависящей от скорости модели. Это заключение позволяет, во-первых, определить неизвестную силу $F^{пр}{}_V$ в любом положении модели, а во-вторых, найти характер движения модели, то есть, характер изменения ее скорости в зависимости от перемещения, эта задача может быть решена графически или аналитически, если известно математическое описание механической характеристики гидроцилиндра.

**Контрольные вопросы:**

1. Какой двигатель используется в машинах непериодического действия?
2. Каковы главные параметры механической характеристики гидроцилиндра и пневмоцилиндра?
3. Как используется метод Скуридина в динамическом расчете машин непериодического действия?
4. В чем состоит графический прием динамического расчета машин непериодического действия?
5. Какова цель динамического расчета этих машин?
6. Как определить время срабатывания машины непериодического действия в инженерном расчете?
7. Что такое машина непериодического действия?
8. Приведите примеры машин непериодического действия.

**Лекция № 23**

**Графический приём и предпосылки решения динамической задачи для машин непериодического действия.**

**План лекции:**

1. Графический прием определения характера движения динамической модели.
2. Расчет времени срабатывания машины.

**Цель лекции:**

Научиться решать задачи динамического расчета и механические характеристики машин для машин непериодического действия графическим приёмом.

**Опорные слова:**

1. Машина непериодического действия - это машина, работающая в режиме «пуск-останов» и имеющая двигатель поступательного движения.
2. Механическая характеристика гидроцилиндра - это зависимость силы гидроцилиндра от скорости его штока.
3. Время срабатывания машины непериодического действия - это величина, равная частному от деления хода динамической модели на ее среднюю скорость.

**Литература:**

1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 91-94.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 170-177.

Графический прием определения характера движения.

Область чертежа разбивается на четыре части. В левой нижней части строится график приведенной силы, зависящей от перемещения динамической модели (силы сопротивления и тяжести, приведенные к поршню гидро- или пневмоцилиндра) в произвольных масштабах (рис. 23.1,в). Эта зависимость строится для прямого (положения 1-6) и обратного хода (положения 7-12) и располагается в отрицательной области графика, так как работа $A_S$ отрицательна. В правой верхней части размещаются механические характеристики гидроцилиндра при прямом и обратном ходе (рис. 23.1,б). Удобно, чтобы оси абсцисс этих двух графиков были расположены на одной горизонтали. Масштабы осей ординат (масштабы сил) должны быть одинаковыми.

Теперь предстоит построить график скорости динамической модели в зависимости от ее перемещения, используя равенство (22.9). Для этого в левой верхней части чертежа строим вспомогательные кривые симметричные графикам $F^{пр}_{(C+G)}(s)$ и $F'^{пр}_{(C+G)}(s)$ относительно оси абсцисс (рис. 23.1,а). Согласно условию (22.9), в каждом положении динамической модели суммарная сила сопротивления и тяжести равна силе двигателя (гидроцилиндра). Поэтому, из соответствующих точек вспомогательной кривой проводим горизонтали до пересечения с графиками $F_Д(v)$ и $F'_Д(v)$. Если полученные точки пересечения спроецировать на ось абсцисс, то получим значения скоростей динамической модели, соответствующие ее

определенным положениям. На рис. 23.. линией со стрелками показан ход этой процедуры для позиции 3.

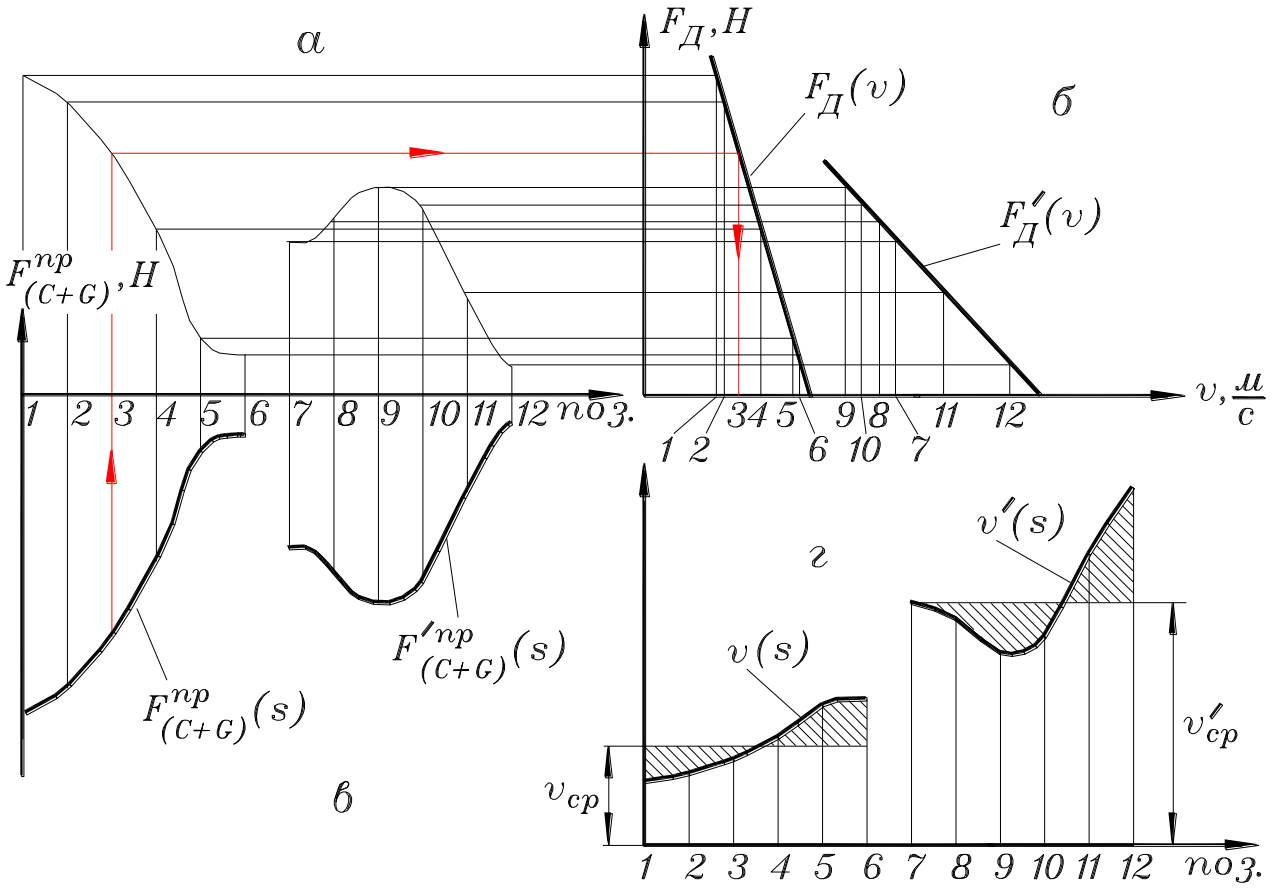



Рис. 23.1

По эти значениям в правой нижней части чертежа строится график зависимости скорости динамической модели от ее перемещения в произвольных масштабах (рис. 23.1г).

Графики скорости показывают. что в машине с гидро- или пневмоцилиндром скорость динамической модели (или звена приведения) в начальном положении не равна нулю, то есть, в момент начала движения она мгновенно приобретает конечную величину. Теоретически это соответствует жесткому удару, который в действительности значительно смягчается благодаря свойствам жидкости, сжатого воздуха, процессам в системе управления и т.д.

Время срабатывания машины с гидро- или пневмоприводом, то есть время перемещения динамической модели (в данном случае, штока гидроцилиндра) из начального положения в конечное, может быть определено графически по методу дифференцирования обратной функции (см. [10], стр. 110-111), или графоаналитически следующим образом. Если найти среднюю скорость динамической модели при ее перемещении на величину хода H, то время этого движения определится из уравнения равномерного движения:

$$t = \frac{H}{v_{ср}} \qquad (23.1)$$

Средняя скорость $v_{ср}$ находится из графиков скорости (рис. 23.1,г), для чего на них проводятся горизонтальные линии таким образом, чтобы площади, заключенные между ними и осью абсцисс, были равны площадям, заключенным между кривыми v(s) и v’(s) и осью абсцисс. В этом случае будут равны и площади заштрихованных на рис. 23.1г фигур между кривыми и горизонталями. Ординаты проведенных

горизонталей и будут являться изображениями средних скоростей. В большинстве случаев проведение горизонтали средней скорости может производиться приблизительно, так как время срабатывания в инженерных расчетах не является точной величиной.

**Контрольные вопросы:**

1. Какой двигатель используется в машинах непериодического действия?
2. Каковы главные параметры механической характеристики гидроцилиндра и пневмоцилиндра?
3. Как используется метод Скуридина в динамическом расчете машин непериодического действия?
4. В чем состоит графический прием динамического расчета машин непериодического действия?
5. Какова цель динамического расчета этих машин?
6. Как определить время срабатывания машины непериодического действия в инженерном расчете?
7. Что такое машина непериодического действия?
8. Приведите примеры машин непериодического действия.

## Лекция № 24
## Динамический расчет машин периодического действия.

**План лекции**:

1. Задачи динамического расчета машин периодического действия.
2. Колебание скорости главного вала машины и коэффициент неравномерности.
3. Цикловые возмущения: силовое и инерционное – причины колебания угловой скорости.
4. Расчет мощности двигателя машины периодического действия.
5. Расчет коэффициента неравномерности по методу Мерцалова.

**Цель лекции:**

Научиться решать задачи динамического расчета и механические характеристики машин для машин периодического действия, а также определять колебания скорости главного вала, коэффициент неравномерности, цикловые возмущения.

**Опорные слова:**

1. Силовое возмущение - это циклично изменяющаяся величина приведенного силового момента.
2. Инерционное возмущение - это циклично изменяющаяся величина приведенного момента инерции.
3. Саморегулирование двигателя - это его способность увеличивать момент при замедлении и уменьшать - при ускорении.

**Литература:**


1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 94-97.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 177-183.


К машинам периодического действия относятся машины, имеющие длительный циклический характер работы. Здесь будет рассмотрена динамика работы таких машин в режиме установившегося движения. В процессе этого движения параметры динамической модели этих машин переменны внутри каждого цикла (напомним, что один цикл функционирования соответствует, как правило, одному обороту главного вала машины). Переменность динамических параметров вызывает цикловое возмущение режима равномерного вращения главного вала машины (а также других валов, кинематически жестко с ним связанных). Переменность приведенного момента сил $M^{пр}(\varphi)$ называется силовым возмущением, а переменность приведенного момента инерции $I^{пр}(\varphi)$ - инерционным возмущением. Источником цикловых возмущений являются, как правило, стержневые и кулачковые механизмы из-за того, что их передаточные отношения меняются внутри каждого цикла. Примерами таких машин могут служить дизель-генераторы, автомобили, зубодолбежные станки, кривошипные прессы, ткацкие станки.

Задачи динамического расчета следующие.

1. Расчет полезной мощности машин (для машин с поршневыми двигателями внутреннего сгорания) или расчет затрачиваемой мощности машины и выбор двигателя (для машин с электродвигателями).

2. Определение степени неравномерности вращения главного вала машины.

3. Расчет момента инерции маховика (если он необходим), определение его массы, размеров и места установки.

4. Определение углового ускорения главного вала машины в требуемом положении.

Первая и третья задачи являются задачами проектирования, вторая и четвертая - это задачи исследования. При динамическом расчете задачи решаются в указанной последовательности. Рассмотрим первые три задачи. Решение четвертой задачи дано в [12].

Определение полезной (затрачиваемой) мощности машины.

Решение этой задачи различно в зависимости от типа двигателя машины, являющегося источником мощности и могущего быть источником возмущений. С этой точки зрения различают:

а) машины с поршневыми двигателями внутреннего (и внешнего) сгорания, где источником цикловых возмущений является двигатель, содержащий стержневые и кулачковые механизмы;

б) машины с электродвигателями, где источником цикловых возмущений является исполнительный стержневой или кулачковый механизмы.

Случай, когда источником возмущений является и двигатель и исполнительный механизм (например, поршневой компрессор с приводом от двигателя внутреннего сгорания), здесь не рассматривается, он дан в [12].

При динамическом расчете машин с двигателем внутреннего сгорания обычно известна механическая характеристика двигателя (индикаторная диаграмма). Определению подлежит полезная мощность машины, силы и моменты полезного сопротивления, величина которых считается постоянной, не зависящей от перемещения выходных звеньев машины.

При динамическом расчете машин с электродвигателями обычно задается механическая характеристика исполнительного механизма в виде графической зависимости силы или момента полезного сопротивления от перемещения выходного звена. В этом случае определяется мощность, затрачиваемая машиной, и выбирается электродвигатель по каталогу.

Расчет полезной (затрачиваемой) мощности ведется по главному динамическому условию установившегося движения, согласно которому работа сил (моментов) двигателя равна работе сил (моментов) полезного сопротивления за цикл работы машины:

$$A_Д = A_C \qquad (24.1)$$

Здесь покажем, как решается эта задача для машин с электродвигателями. Машины с поршневыми двигателями рассмотрены в [12].

Определение затрачиваемой мощности выбор электродвигателя машины.

Для машины с электродвигателем (это может быть любая технологическая машина) известной является механическая характеристика исполнительного механизма, заданная в виде силы (или силового момента), приложенной к рабочему органу, в функции перемещения этого органа. По этой механической характеристике

строится диаграмма приведенного силового момента сопротивления в функции угла поворота динамической модели (звена приведения - главного вала машины) - $M^{пр}_{C}(\varphi)$ за один цикл или за один оборот главного вала. Это график располагается в отрицательной области диаграммы, так как силы сопротивления выполняют отрицательную работу (рис. 24.1,а).

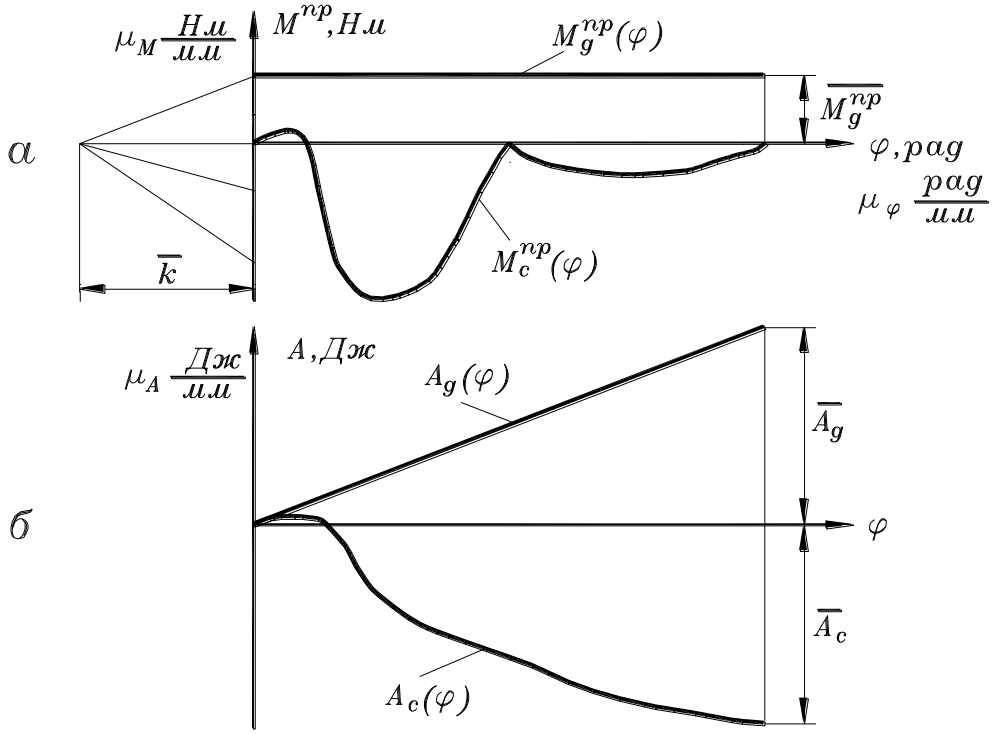



Рис. 24.1

График работы приведенного момента силы полезного сопротивления $A_C(\varphi)$ строится методом графического интегрирования диаграммы приведенного момента. Кривая располагается в отрицательной области (рис. 24.1,б). Масштаб работ определяется по формуле

$$\mu_A = \mu_M \, \mu_\varphi \, \bar{k} \quad \text{(Дж/мм)} \qquad (19.2)$$

где: $\mu_M$ - масштаб графика приведенного момента в Нм/мм;

$\mu_\varphi$ - масштаб углов поворота динамической модели в рад/мм;

k - база дифференцирования в мм.

Ордината графика в конце цикла является изображением работы сопротивления за цикл $A_C$.

Так как работа сил сопротивления, согласно (24.1), равна работе двигателя, то на графике работ ордината работы двигателя $A_Д$ равна ординате $A_C$ и противоположна ей, то есть, находится в положительной области. Момент двигателя считается величиной, не зависящей от перемещения, постоянной, следовательно, графиком работы приведенного момента двигателя будет прямая, соединяющая начало координат графика работ с концом ординаты $A_Д$ графика $A_Д(\varphi)$ на рис. 24.1,б.

Графически дифференцируя диаграмму $A_Д(\varphi)$, получим график приведенного момента двигателя $M^{пр}_{Д}(\varphi)$, который изображен на рис. 24.1,б в виде горизонтальной прямой в положительной области графика моментов, отстоящей от оси абсцисс на величину $M^{пр}_{Д}$.

По этой величине определяется мощность, затрачиваемая электродвигателем машины:

$$P_Д = \frac{\overline{M_Д^{пр}}\,\mu_M\,\pi\,n_1}{\eta\,30} \quad \text{(Вт)} \qquad (24.3)$$

где: $n_1$ - заданная частота вращения начального звена исполнительного механизма (главного вала машины);

$\eta$ - коэффициент полезного действия машины.

Исходя из рассчитанной величины мощности, заданной частоты вращения вала двигателя и его типа, по каталогу выбираем марку электродвигателя. Двигатель выбирается с ближайшей большей мощностью по сравнению с рассчитанной. Не смотря на то, что номинальный крутящий момент окажется при этом больше расчетного, равенство (24.1) будет выполняться в результате саморегулирования электродвигателя (об этом см. лекцию № 26).

Определение степени неравномерности вращения главного вала машины.

В результате цикловых возмущений главный вал машины вращается неравномерно, то есть величина его угловой скорости не остается постоянной. а колеблется от минимального значения $\omega_{min}$ до максимального - $\omega_{max}$ вокруг среднего значения $\omega_{ср}$ (рис. 24.2,а).

Среднее значение угловой скорости будем считать средним арифметическим между минимальным и максимальным:

$$\omega_{ср} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} \qquad (24.4)$$

Степень неравномерности вращения вала или относительную величину колебаний его угловой скорости удобно оценить при помощи коэффициента неравномерности вращения:

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{ср}} \qquad (24.5)$$

Существуют практические рекомендации о допустимых значениях коэффициента неравномерности [$\delta$] для машин различных типов:

- сельхозмашины 0,05÷0,2
- металлообрабатывающие станки 0,02÷0,05
- текстильные машины 0,02÷0,1
- прессы и ножницы 0,1÷0,15
- дизель-генераторы 0,01÷0,008

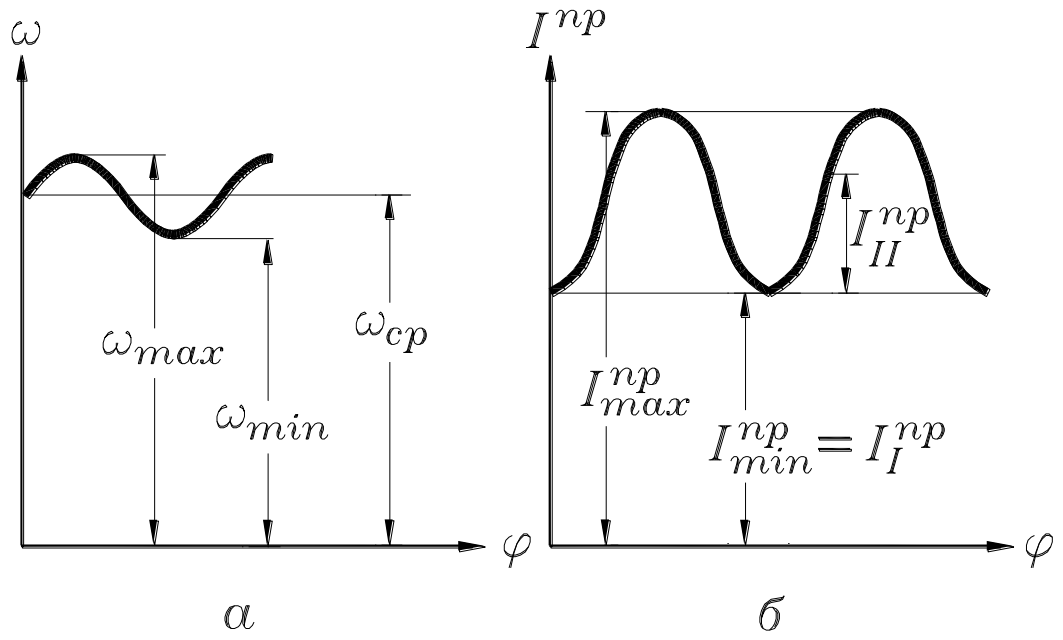



Рис. 24.2

Таким образом, смысл определения степени неравномерности вращения главного вала проектируемой машины сводится к расчету коэффициента неравномерности вращения этого вала и сравнения его с рекомендуемыми или заданными значениями.

Существует несколько методов определения коэффициента неравномерности. Приведенный здесь динамический расчет основан на методе Мерцалова Н.И. [16].

Исходным для определения коэффициента неравномерности является уравнение движения динамической модели в энергетической форме (21.):

$$T\text{-}T_0=A$$

Текущее значение кинетической энергии динамической модели изменяется внутри цикла, во-первых, из-за изменения угловой скорости, во-вторых, из-за переменности приведенного момента инерции динамической модели (рис. 24.2,б). Поэтому, удобно рассматривать кинетическую энергию как сумму двух слагаемых: $T_I$, изменяющегося с изменением ω (приведенный момент инерции при этом постоянен и равен $I^{пр}_{min}$), и $T_{II}$, изменяющегося в зависимости от переменной составляющей приведенного момента инерции (угловая скорость при этом остается постоянной и равной $\omega_{ср}$, рис. 24.2,а),то есть,

$$T_I+T_{II}=T \qquad (24.6)$$

$$T_I=\frac{1}{2}I_1^{пр}\omega^2 \qquad (24.7)$$

где: $I^{пр}_1$ - постоянная составляющая приведенного момента инерции ($I^{пр}_1=I^{пр}_{min}$=const, рис. 24.2,б);

ω - текущее значение угловой скорости динамической модели.

$$T_{II}=\frac{1}{2}I_{II}^{пр}\omega_{ср}^2 \qquad (24.8)$$

где: $I^{пр}_{II}$ - текущее значение переменной составляющей приведенного момента инерции.

Коэффициент неравномерности связан с изменением ω, входящей в формулу (24.7) для $T_1$, поэтому, подставляем (24.6) в исходное уравнение движения и решаем его относительно $T_1$:

$$T_I = A - T_{II} + T_0$$

Чтобы определить δ, необходимо знать максимальное изменение кинетической энергии и работы в пределах цикла. Учитывая, что $T_0 = const$, из последнего уравнения находим

$$\Delta T_I = \Delta(A - T_{II}) \qquad (24.9)$$

Изменение первого слагаемого кинетической энергии $\Delta T_1$ в пределах цикла определяется аналитически следующим образом:

$$\Delta T_1 = T_{1\max} - T_{\mathrm{Im}\,in} = \frac{1}{2} I_I^{np} \omega_{\max}^2 - \frac{1}{2} I_I^{np} \omega_{\min}^2 = \frac{1}{2} I_I^{np} (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2)$$

После преобразования этого выражения с учетом (24.4) и (24.5), получим:

$$\Delta T_I = I_I^{np} \delta \omega_{cp}^2 \qquad (24.10)$$

Правая часть уравнения (24.9) определяется графически из диаграмм работ и энергий.

Подставим (24.10) в (24.9) и решим уравнение относительно δ:

$$\delta = \frac{\Delta(A - T_{II})}{I_I^{np} \omega_{cp}^2}$$

Эта результирующая формула метода Мерцалова является довольно приближенной, так как содержит некоторое противоречие: с одной стороны, в ней используется вторая составляющая кинетической энергии $T_{II}$, зависящая от переменности момента инерции динамической модели, а с другой - учитывается только постоянная составляющая момента инерции $I^{пр}_{I}$. Для уточнения этой формулы Лукичев Д.М. [7] предложил следующую поправку: вместо $I^{пр}_{I} = I^{пр}_{min}$ следует учитывать среднее арифметическое между значениями приведенных моментов инерции $I^{пр'}$ и $I^{пр''}$, соответствующими максимальному и минимальному значениям величины $(A - T_{II})$ внутри цикла. Тогда результирующая формула примет следующий вид:

$$\delta = \frac{2\,\Delta(A - T_{II})}{(I^{np}{}' + I^{np}{}'')\omega_{cp}^2} \qquad (24.11)$$

Использование этой формулы зависит от характера и интенсивности цикловых возмущений, поэтому, рассмотрим сначала физический смысл и способы определения интенсивности цикловых возмущений. Силовое возмущение определяется переменностью приведенного момента сил, а его интенсивность - максимальным изменением суммарной работы приведенного момента сил ΔA в пределах цикла. Для нахождения этой величины строится график суммарной работы в функции угла поворота динамической модели A(φ) (рис. 24.3,а). Ординаты этого графика определяются так:

$$\overline{A} = \overline{A_Д} + \overline{A_C} + \overline{A_G}$$

Изображением максимального изменения суммарной работы в пределах цикла является расстояние между максимумом и минимумом, измеренное по вертикали. Интенсивность силового возмущения определится так:

$$\Delta A = \overline{\Delta A}\,\mu_A \text{ (Дж)} \qquad (24.12)$$

Инерционное возмущение определяется переменностью приведенного момента инерции, а его интенсивность - максимальным изменением второго слагаемого кинетической энергии $\Delta T_{II}$ в пределах цикла. Согласно формуле (24.8),

$$\Delta T_{II} = \frac{1}{2} I^{np}_{II\max} \omega^2_{cp} = \frac{1}{2} \omega^2_{cp} (I^{np}_{\max} - I^{np}_{\min}) \qquad (24.13)$$

Для нахождения интенсивности инерционного возмущения можно использовать график приведенного момента инерции $I^{пр}(\varphi)$, который строится под графиком суммарной работы и имеет тот же масштаб по оси абсцисс (рис. 24.3,б). Поскольку в этом графике интерес представляет переменная составляющая приведенного момента, то масштаб оси ординат выбран, исходя из удобства изображения этой области графика, а ось абсцисс проведена на произвольном расстоянии от кривой. Согласно графику

$$\Delta T_{II} = \frac{\overline{I^{np}_{II\max}}\, \mu_I\, \omega^2_{cp}}{2} \quad (\text{Дж}) \qquad (24.14)$$

Сравнение интенсивностей цикловых возмущений приводит к трем возможным случаям динамического расчета:

а) силовое и инерционное возмущения равнозначны и оба учитываются при расчете;

б) основным цикловым возмущением является силовое, инерционным возмущением пренебрегаем (считаем, что $I^{пр}$=const);

в) основным инерционным возмущением является инерционное, силовым возмущением пренебрегаем (считаем, что $M^{пр}$=0).

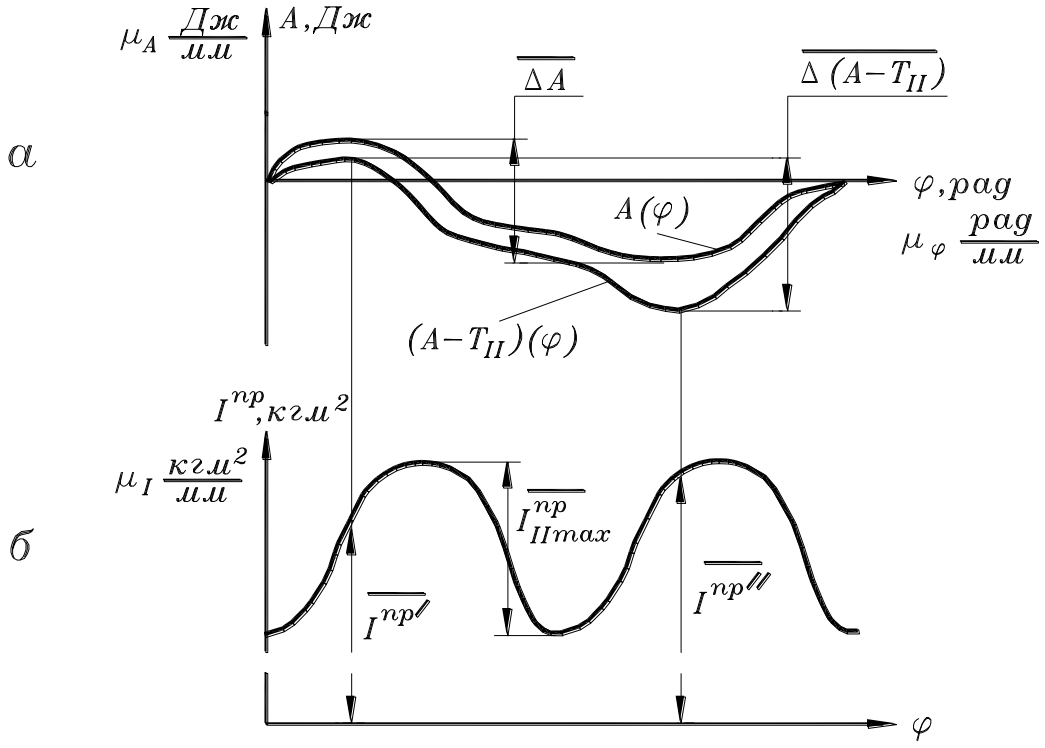



Рис. 24.3

Знание соотношения интенсивностей цикловых возмущений, кроме выбора наиболее простого способа расчета, позволяет оценить работу машины для поиска наиболее вероятных путей совершенствования динамики ее работы, в частности, повышения равномерности вращения ее главного вала.

Рассмотрим три указанных случая.

а) Если значения $\Delta A$ и $\Delta T_{II}$ являются величинами одного порядка, то есть,

$$0{,}1 < \frac{\Delta A}{\Delta T_{II}} < 10$$

то для определения коэффициента неравномерности необходимо учитывать оба цикловых возмущения - силовое и инерционное. В этом случае, согласно формуле (24.11), надо построить график $(A\text{-}T_{II})(\varphi)$ (рис. 24.3,а). Он строится в системе координат графика $A(\varphi)$ путем графического вычитания из ординат суммарной работы A ординат $T_{II}$ в масштабе $\mu_A$, для чего используется график приведенного момента (рис. 24.3,б):

$$\overline{T_{II}} = \overline{I_{II}^{np}} \frac{\mu_I \ \omega_{cp}^2}{\mu_A \, 2} \qquad (24.15)$$

На рис. 24.3,а видно, что полученная кривая располагается под графиком $A(\varphi)$. Измеренное по вертикали расстояние между максимумом и минимумом графика $(A\text{-}T_{II})(\varphi)$ будет являться изображением значения $\Delta(A\text{-}T_{II})$, необходимым для расчета $\delta$ по формуле (24.11). Соответствующие этим значениям приведенные моменты инерции берутся из графика $I^{пр}(\varphi)$:

$$\delta = \frac{2\,\overline{\Delta(A - T_{II})}\,\mu_A}{(\overline{I^{np}}' + \overline{I^{np}}'')\,\mu_I\,\omega_{cp}^2} \qquad (24.16)$$

б) Если значения $\Delta T_{II}$ в десять и более раз меньше, чем $\Delta A$, то есть,

$$\frac{\Delta A}{\Delta T_{II}} / 10$$

то силовое возмущение является основным, а инерционным возмущением можно пренебречь, то есть, считаем, что $\Delta T_{II}=0$, а $I^{np}=I^{np}{}_{min}=I^{np}{}_{I}$:

$$\delta = \frac{\Delta A}{I_{\min}^{np}\,\omega_{cp}^2} \qquad (24.17)$$

в) Если значение $\Delta A$ в десять и более раз меньше, чем $\Delta T_{II}$, то есть,

$$\frac{\Delta A}{\Delta T_{II}} \le 0{,}1,$$

то основным является инерционное возмущение, а силовым возмущением пренебрегаем, то есть, считаем, что $\Delta A=0$. Согласно формуле (24.11):

$$\delta = \frac{2\,\Delta T_{II}}{(I_{\max}^{np} + I_{\min}^{np})\,\omega_{cp}^2}$$

Знак минус перед сомножителем $\Delta T_{II}$ не учитывается, так как он не имеет смысла. В знаменателе вместо $I^{пр'}$ и $I^{пр''}$ появляются $I^{пр}{}_{max}$ и $I^{пр}{}_{min}$, ибо очевидно, что максимуму и минимуму кривой $T_{II}(\varphi)$ будут соответствовать максимальное и минимальное значения приведенного момента инерции. Однако строить график $T_{II}(\varphi)$ нет необходимости. Учитывая (24.13), из предыдущей формулы получим:

$$\delta = \frac{I_{\max}^{np} - I_{\min}^{np}}{I_{\max}^{np} + I_{\min}^{np}} \qquad (24.18)$$

то есть, в данном случае величина $\delta$ не зависит от угловой скорости.

Опыт динамических расчетов показывает, что в современных машинах большее распространение имеет не общий случай а), когда силовое и инерционное

возмущение равнозначны, или почти равнозначны, а частные случаи б) и в), когда главным возмущением, влияющим на работу машины, является или силовое, или инерционное.

Силовое возмущение может быть подавляющим в машинах тяжелой промышленности, в металлообрабатывающих машинах, где силы полезного сопротивления велики (прессы, ножницы и др.). Инерционное возмущение превалирует в машинах легкой и текстильной промышленности (сито-веечные машины, ткацкие станки), а также в некоторых металлорежущих станках периодического действия с небольшими силами полезного сопротивления (например, зубодолбежные станки).

**Контрольные вопросы:**

1. Какова цель динамического расчета машин периодического действия?
2. Каковы величины коэффициента неравномерности для машин периодического действия различного назначения?
3. В чем состоит основа динамического расчета машин периодического действия по методу Мерцалова?
4. Что такое цикловые возмущения?
5. Как влияет соотношение интенсивностей цикловых возмущений на методику динамического расчета?

## Лекция № 25
## Расчет маховика машины периодического действия.

**План лекции**:

1.Маховик - универсальное средство для выравнивания скорости главного вала машины.

2. Влияние механической характеристики двигателя на размер маховика

машины.

3. Место установки маховика.

**Цель лекции:**

Научиться рассчитывать маховик машины периодического действия, а также влияние механической характеристики двигателя на размер маховика машины.

**Опорные слова:**

1. Маховик - аккумулятор кинетической энергии.
2. Саморегулирование двигателя - это его способность увеличивать момент при замедлении и уменьшать - при ускорении.
3. Коэффициент неравномерности - это частное от деления амплитуды колебания скорости на среднюю скорость вращения главного вала машины.

**Литература:**

1.Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 97-99.
2.Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 186-194.

Расчет маховика.

Если рассчитанная величина δ входит в рекомендуемый для данной машины диапазон значений коэффициента неравномерности, или меньше, чем эти значения, считается, что машина будет работать удовлетворительно. Если же полученная величина коэффициента неравномерности больше рекомендуемых значений, необходимы специальные меры для повышения равномерности вращения главного вала машины.

Наряду с мерами, связанными с совершенствованием рабочего процесса машины, существует возможность использования одной из следующих конструктивных доработок машины:

а) использование динамических гасителей;

б) применение цикловых разгружателей;

в) установка маховика.

В случае динамического гасителя, в конструкцию машины вводится упруго установленная дополнительная масса, частота и фаза колебаний которой рассчитывается таким образом, чтобы, складываясь с колебаниями скорости, вызванными цикловыми возмущениями, в некоторой степени их нейтрализовать [18].

В основе конструкции цикловых разгружателей находятся кулачковые механизмы с силовым замыканием, которые, будучи кинематически связаны с главным валом машины, своими силовыми воздействиями компенсируют влияние цикловых возмущений на характер движения машины [10].

Рассмотренные конструктивные приемы улучшения динамики работы машин не находят широкого применения из-за того, что используемые при этом механизмы достаточно сложны и способны давать положительный эффект лишь в узком диапазоне скоростных и динамических параметров машин.

Наиболее универсальным и распространенным способом повышения равномерности вращения является установка маховика. Вращающийся маховик

является аккумулятором кинетической энергии. Он выравнивает вращение благодаря своей способности запасать кинетическую энергию при ускорении движения и отдавать ее при замедлении.

Момент инерции маховика $I_M$, установленного на главный вал машины, определяется по заданному значению коэффициента неравномерности [δ]. При этом учитывается, что момент инерции динамической модели увеличился на величину $I_M$.

Таким образом, если в выражениях (24.15), (24.16) и (24.17) заменить δ на [δ] и добавить $I_M$, а потом решить их относительно $I_M$, то получим следующие формулы по определению момента инерции маховика:

- для случая, когда учитываются оба цикловых возмущения,

$$I_M = \frac{\overline{\Delta(A - T_{II})}\,\mu_A}{[\delta]\omega_{cp}^2} - \frac{(\overline{I^{np}{}'} + \overline{I^{np}{}''})\,\mu_I}{2} \qquad (25.1)$$

- для случая, когда учитывается только силовое возмущение,

$$I_M = \frac{\Delta A}{[\delta]\omega_{cp}^2} - I_{\min}^{np} \qquad (25.2)$$

- для случая, когда учитывается только инерционное возмущение,

$$I_M = \frac{I_{\max}^{np} - I_{\min}^{np}}{2[\delta]} - \qquad (25.3)$$

Маховики выполняются из стали и чугуна. Масса, форма и размеры маховика определяются, исходя из значения $I_M$ и конструктивных соображений. Наиболее эффективными являются маховики в виде массивного обода, связанного с валом при помощи спиц или диска. Если пренебречь моментом инерции этих связующих частей (спиц или диска), то формула, связывающая момент инерции такого маховика, его массу и размеры будет иметь вид [14]:

$$I_M = \frac{m_M}{8}(D^2 + d^2)$$

где: $m_M$ - масса маховика в т;

D и d - внешний и внутренний диаметр маховика в м.

Масса маховика связана с его габаритами следующей зависимостью:

$$m_M = \frac{\rho \pi b}{4}(D^2 - d^2) \qquad (25.4)$$

где: ρ - плотность материала маховика в т/м$^3$;

b - ширина обода маховика в м.

Результирующая формула имеет вид:

$$I_M = \frac{\rho \pi b}{4}(D^2 + d^2)(D^2 - d^2) \qquad (25.5)$$

В этой формуле три неизвестных: D, d и b. Задаваясь двумя из них, исходя из соображений возможных габаритов, определяют третий.

Рассчитанный маховик может быть уменьшен, если учесть механическую характеристику двигателя машины.

Влияние механической характеристики двигателя на момент инерции маховика.

В предыдущих расчетах силовой момент двигателя машины предполагался величиной постоянной. В действительности, силовой момент двигателя зависит от угловой скорости вращения его вала. На рис. 25.1,а представлена механическая

характеристика асинхронного электродвигателя, наиболее употребительного в технологических машинах.

Работа двигателей в машинах происходит при скоростях и нагрузках, соответствующих правой части механической характеристики, поэтому, эта часть кривой называется рабочей характеристикой двигателя. Как правило, указанная ниспадающая часть кривой близка к прямой линии, следовательно, рабочую характеристику двигателей в большинстве случаев можно считать линейной.

Согласно рабочей характеристике (рис. 25.4,а), если номинальной угловой скорости вращения вала двигателя соответствует номинальный силовой момент ($\omega_n$ и $M_n$), то с увеличением скорости момент уменьшается ($\omega_{max}$ и $M_{min}$), а с уменьшением скорости момент возрастает ($\omega_{min}$ и $M_{max}$). Это свойство двигателя увеличивать свой силовой момент при замедлении вращения и уменьшать его при ускорении называется саморегулированием.

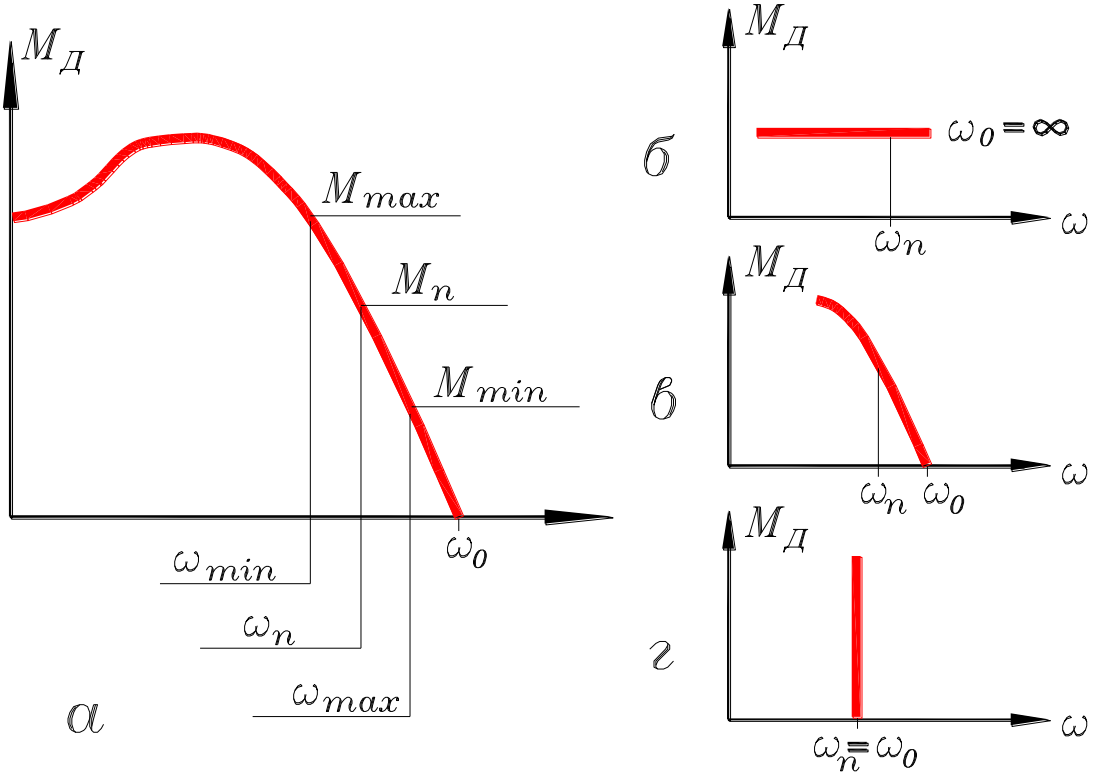



Рис. 25.1

Чем больше выражено свойство саморегулирования, тем меньше может быть маховик, поскольку часть задачи по выравниванию скорости вращения двигатель берет на себя. Например, если скорость уменьшится, силовой момент двигателя увеличится, препятствуя этому замедлению.

Величина саморегулирования двигателя, как это видно из рис. 25.1,а зависит от крутизны рабочей характеристики, а именно, чем круче характеристика, тем сильнее саморегулирование. Величину саморегулирования можно оценить при помощи коэффициента наклона рабочей характеристики k:

$$k = \frac{\omega_n}{\omega_0} \qquad (25.6)$$

где: $\omega_n$ - номинальная угловая скорость (соответствует моменту $M_n$);

$\omega_0$ - максимальная скорость (M=0, рис. 25.1,а).

Значения *k* могут меняться от 0 до1. На рис. 25.1 справа представлены рабочие характеристики различных двигателей. Характеристика двигателя без саморегулирования (рис. 25.1,б) - это горизонтальная линия: k=0. Силовой момент

двигателя не зависит от угловой скорости его вала (пружинные и гиревые двигатели). Двигатели с саморегулированием имеют рабочую характеристику в виде наклонной линии (рис. 25.1,в). В зависимости от крутизны характеристики коэффициент k может быть различным: 0<k<1 (турбины, карбюраторные двигатели, большинство дизелей и электродвигателей). Когда k=1, то характеристика становится вертикальной линией (рис. 25.1,г). Скорость постоянна независимо от момента. Это характеристика идеального двигателя, маховик в данном случае не нужен. Существуют двигатели, которые в определенном диапазоне нагрузок имеют такую характеристику (стационарные дизели, синхронные электродвигатели). Ввиду больших габаритов они используются, в основном, в энергетических машинах (дизель-генераторы, стационарные компрессоры).

Наиболее употребительные двигатели имеют наклонные рабочие характеристики (рис. 25.1,в). Двигатели внутреннего сгорания обладают характеристикой с малой крутизной (угол наклона характеристики мал). Следователь, саморегулирование этих двигателей выражено слабо. Напротив, асинхронные двигатели, используемые почти во всех технологических машинах, имеют крутую характеристику с k=(0,92÷0,98), их саморегулирование выражено сильно.

Согласно теории автоматического регулирования, если двигатель имеет рабочую характеристику с k≤0,9, то его саморегулирование относительно невелико и, поэтому, может не учитываться при расчете маховика. Но если двигатель машины имеет характеристику с k>0,9, то ее маховик, рассчитанный по одному из известных методов динамики, может быть уменьшен:

$$I_M = \alpha I_{M0} \qquad (25.7)$$

где: $I_{M0}$ - момент инерции маховика, рассчитанный без учета характеристики двигателя машины;

$\alpha$ - коэффициент уменьшения маховика [16]:

$$\alpha = \sqrt{1 - \frac{[\delta]^2}{\gamma^2}\left(\frac{k}{k-1}\right)^2} \qquad (25.8)$$

где:

$M^{пр}_{(C+G)a}$ - амплитуда изменения приведенного момента от сил сопротивления и тяжести внутри цикла;

$M^{пр}_{(C+G)ср}$ - среднее значение этого момента.

Пример. В результате динамического расчета машины периодического действия с $\gamma$=0,5 и необходимым коэффициентом неравномерности [$\delta$]=0,02 выбран асинхронный электродвигатель 4А1124У3 с номинальной частотой вращения $n_n$=1440 об/мин и рассчитан момент инерции маховика $I_{M0}$=2,5 кгм$^2$.

Для выбранного электродвигателя рассчитываем коэффициент наклона рабочей характеристики (25.5), учитывая, что максимальная частота вращения равна синхронной частоте $n_0$=1500 об/мин:

$$k = \frac{n_n}{n_0} = \frac{1440}{1500} = 0{,}96$$

Тогда коэффициент уменьшения момента инерции будет (25.8):

$$\alpha = \sqrt{1 - \frac{0{,}02^2}{0{,}5^2}\left(\frac{0{,}96}{1-0{,}96}\right)^2} = 0{,}28$$

Следовательно, момент инерции действительного маховика может быть меньше его расчетного значения (25.7):

$$I_M = 0{,}28 \cdot 2{,}5 = 0{,}7 \ \text{кгм}^2$$

без увеличения коэффициента неравномерности.

Если в результате подобного расчета получается коэффициент уменьшения маховика $\alpha \le 0$, то это означает, что в маховике нет необходимости, так как двигатель берет на себя всю работу по выравниванию колебаний скорости до нужной величины.

В самом деле, большинство машин не имеют специальных маховиков. Для них достаточно иметь вращающиеся массы, необходимые в конструкции (зубчатые колеса, шкивы, звездочки цепных передач и т.д.), чтобы обеспечить необходимую равномерность вращения при помощи асинхронного двигателя.

## Место установки маховика.

Несмотря на вывод, сделанный выше, о ненужности маховика для большинства машин с асинхронными двигателями, имеется целый ряд машин, где маховик необходим. В этом случае появляется вопрос о месте установки маховика в кинематической цепи машины.

В предыдущих расчетах предполагалось, что маховики преимущественно устанавливаются на главный вал машины. Но если скорости вращения главного вала невелика, то размеры маховика могут получиться большими и возникает естественное стремление переставить маховик на более быстроходный вал, так как его момент инерции уменьшится пропорционально квадрату передаточного отношения от главного вала до более быстроходного. Однако при этом нельзя не учитывать того обстоятельства, что установка маховика для выравнивания колебаний скорости приводит к росту динамических нагрузок в кинематической цепи между источником возмущений и маховиком и уменьшению динамических нагрузок в остальной части кинематической цепи машины (то есть, за маховиком). Это утверждение следует из расчета колебательных процессов в кинематической цепи машины и здесь принимается без анализа.

Наиболее упругим, а следовательно, наиболее чувствительным к динамическим нагрузкам участком кинематической цепи является зубчатый передаточный механизм машины (подробнее об этом см. следующую лекцию). Поэтому, маховик должен быть установлен таким образом, чтобы не нагружать, а разгружать передаточный механизм.

На рис. 25.2,а показаны две схемы расположения маховика в машине с электродвигателем. Двигатель Д через передаточный механизм ПМ приводит в движение исполнительный механизм ИМ. Передаточный механизм показан в виде пружины, потому что он является наиболее упругим и, следовательно, наиболее чувствительным к динамическим нагрузкам участком кинематической цепи. Исполнительный механизм является источником цикловых возмущений, он показан в виде кривошипно-ползунного механизма, так как в основе конструкций исполнительный механизмов машин периодического действия с электродвигателями находятся, в основном, стержневые механизмы. В верхней схеме передаточный механизм расположен между маховиком и исполнительным механизмом - источником возмущений, то есть, в зоне повышенных динамических нагрузок. Значит, маховик, установленный вблизи двигателя, нагружает передаточный механизм, что отрицательно сказывается на надежности и долговечности машины. Схема не приемлема. Правильной является нижняя схема, где маховик установлен

вблизи исполнительного механизма; в этом случае маховик разгружает передаточный зубчатый механизм.

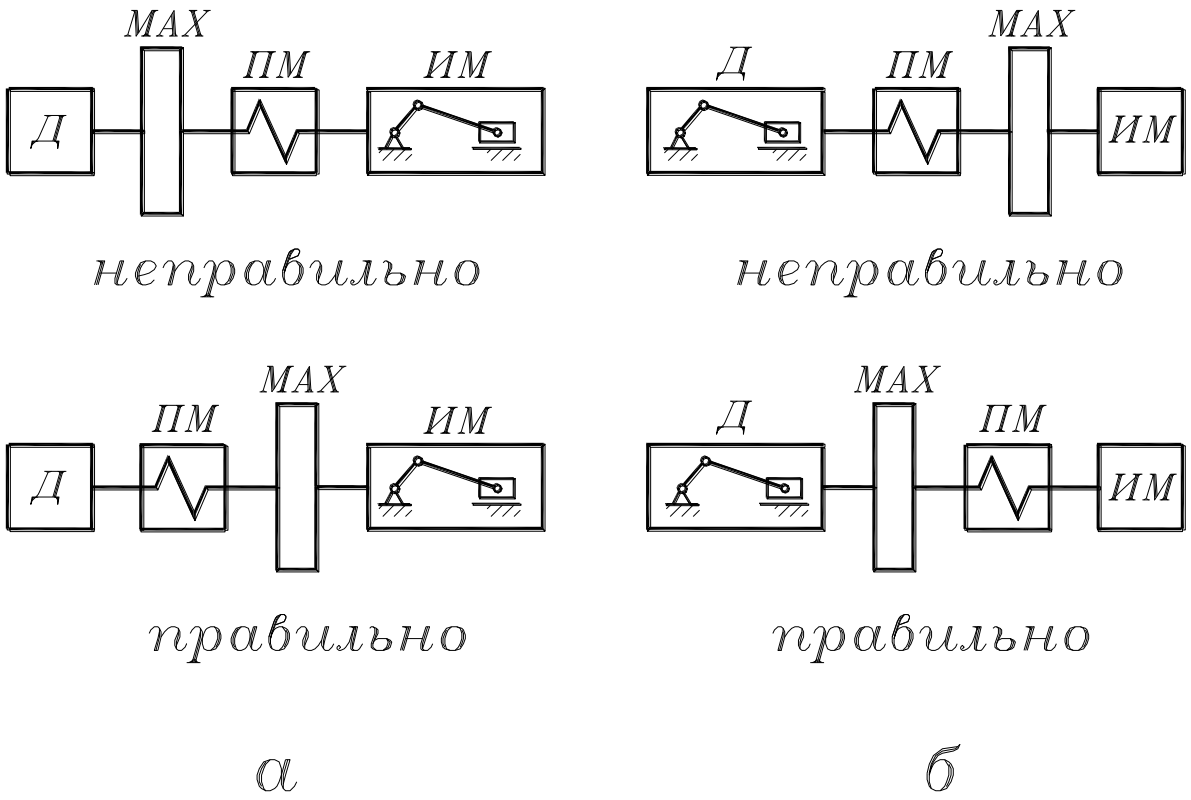



Рис. 25.2

На рис. 25.2,б показаны схемы установки маховика в машине с двигателем внутреннего сгорания. В такой машине источником цикловых возмущений является двигатель, поэтому, верхняя схема неверна, так как маховик нагружает передаточный механизм, а верной оказывается нижняя схема, где маховик установлен вблизи двигателя и разгружает передаточный механизм.

Общий вывод, который следует из приведенных примеров, следующий: для уменьшений динамических нагрузок в приводе машины маховик надо устанавливать вблизи источника цикловых возмущений. Для машины с электродвигателем это может быть вал кривошипа исполнительного механизма, а для машин с ДВС - коленчатый вал ДВС.

**Контрольные вопросы:**

1. Как влияет соотношение интенсивностей цикловых возмущений на методику динамического расчета?
2. Каким образом маховик способствует выравниванию колебаний угловой скорости главного вала машины периодического действия?
3. Как влияет механическая характеристика двигателя машины на величину маховика?
4. В каком месте кинематической цепи машины следует установить маховик, чтобы передаточный механизм был разгружен?

## Лекция № 26
## Учет упругости звеньев при проектировании машин.

### План лекции:

1. Жесткость и упругость звеньев машин.
2. Динамическая блок-схема машины периодического действия.
3. Амплитудно-частотная характеристика упругой системы машины периодического действия.
4. Виброзащита и виброизоляция.

### Цель лекции:

В предыдущих лекциях по динамике машин с жесткими звеньями было сделано допущение, что комплекс механизмов, составляющих машину, представляет собой подвижную систему абсолютно жестких тел, установленную на абсолютно жестком основании. Это было сделано для упрощения физического и математического описания динамических процессов в подвижных системах машин, сведенных к динамическим моделям. После решения этой главной задачи динамики рассмотрим теперь, как влияет реальная упругость звеньев механизмов и реальная упругость фундамента (или подвески) машин на эти динамические процессы.

**Опорные слова:**

1. Жесткость звена - это отношение нагрузки на звено к его деформации.

2. Амплитудно-частотная характеристика - это график зависимости амплитуды колебаний к частоте вращения главного вала машины.

3. Звено малой жесткости в приводе машины - это упругая муфта или ременная передача.

4. Амортизирующе-демпфирующие свойства фундамента или подвески машины - это их способность воспринимать и рассеивать энергию колебаний.

**Литература:**


1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 97-99.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 195-200.


Учет упругости звеньев при проектировании машин.

При работе машин периодического действия в их кинематических цепях возникают динамические нагрузки, которые при определенных условиях могут достичь величин, опасных для прочности механизмов. Вероятность этого особенно велика в машинах с маховиками и с двигателями, обладающими крутой (жесткой) рабочей характеристикой, однако она существует для любых машин периодического действия, так как основной причиной динамических нагрузок являются цикловые возмущения.

В результате того, что звенья машин не абсолютно жесткие, а упругие, под действием цикловых возмущений они подвергаются переменным деформациям, возникают упругие колебания звеньев. Они и вызывают динамические нагрузки, а иногда и перегрузки, снижающие надежность и уменьшающие долговечность машины.

Вопросы влияния упругости звеньев на движение механических систем приводятся в литературе по прикладной теории упругих колебаний, а применительно к машинам они исследованы, например, в работе [5]. В этой лекции рассмотрим только общие положения и результаты этих исследований, используемые при проектировании машин.

Итак, звенья механизмов упруги, то есть, они обладают ограниченной жесткостью. Жесткостью звена называют отношение нагрузки, приложенной к звену, к его деформации. На рис. 26.1 показаны нагрузки и деформации бруса с линейной жесткостью (рис. 26.1,а) и вала с крутильной жесткостью (рис. 26.1,б).

В предыдущей лекции было сказано, что наиболее чувствительным к динамическим нагрузкам является передаточный механизм, это механизм наиболее упругий (наименее жесткий) из всех механизмов в кинематической цепи машины. Разберемся в этом более подробно. Машина имеет следующие основные механизмы: двигателя, передаточный и исполнительный. Двигатель технологической машины электрический. Его механическая жесткость очень высока, так как он содержит только одно положительное звено - ротор. В основе конструкции исполнительных механизмов находятся в основном стержневые механизмы. Эти механизмы имеют низшие кинематические пары, в которых контакт звеньев происходит по

поверхности. Жесткость таких кинематических пар, а, следовательно, стержневых механизмов, достаточно велика.

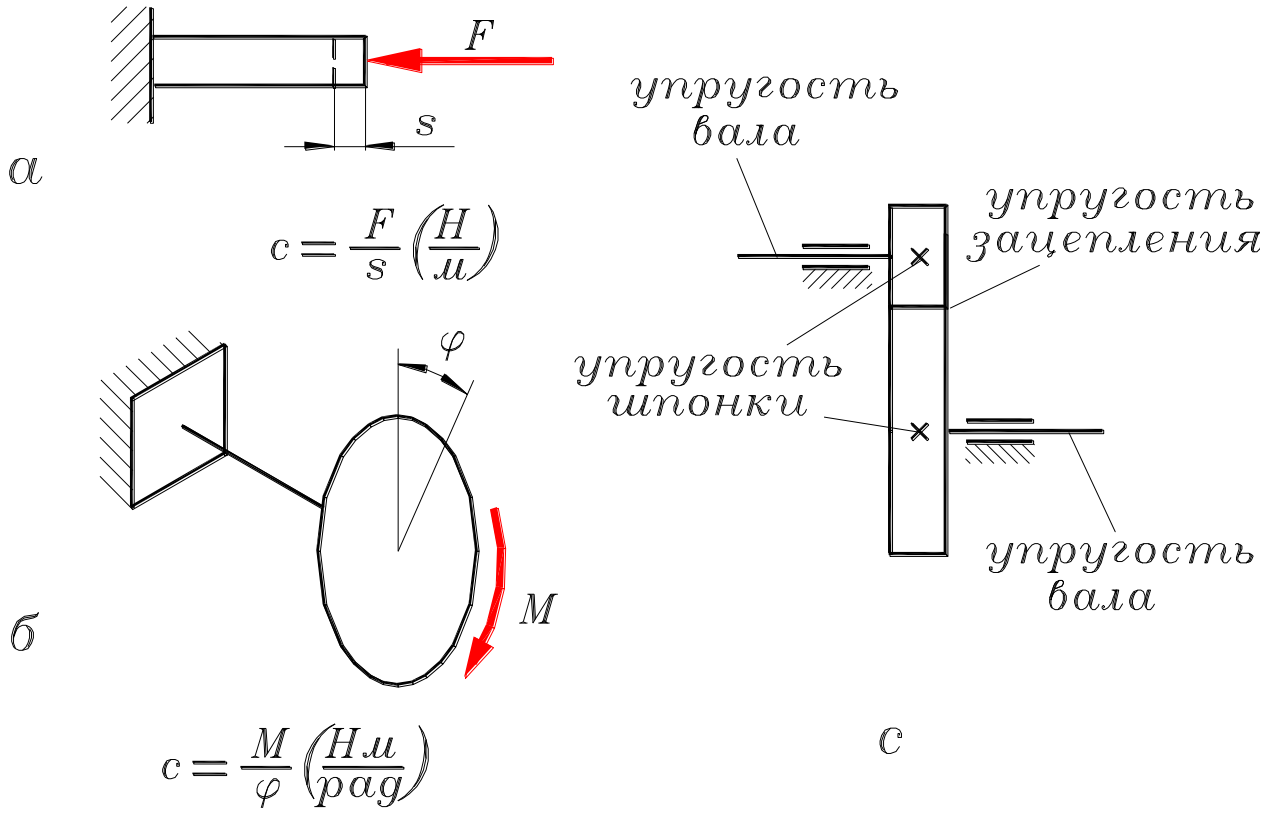



Рис. 26.1

Основу конструкции передаточных механизмов составляют зубчатые передачи с высшими кинематическими парами, в которых контакт звеньев происходит теоретически в точке или по линии. Жесткость такого контакта, то есть, высшей кинематической пары, значительно ниже жесткости низшей кинематической пары. Если учесть еще упругость валов и элементов фиксации зубчатых колес на этих валах, то окажется, что общая жесткость зубчатой передачи достаточно мала. На рис. 26.1,в представлена схема зубчатой передачи с упруго деформируемыми элементами.

Передаточный механизм машины может включать большое количество зубчатых передач и его жесткость будет гораздо ниже жесткости остальных механизмов машины, то есть, он будет представлять собой наиболее податливый участок кинематической цепи машины. При работе машины, в ее кинематической цепи, нагруженной переменны силовым моментом, возникают динамические нагрузки. В передаточном механизме, в результате его упругих деформаций колебательного характера, эти динамические нагрузки могут превысить значения, рассчитанные без учета упругости звеньев.

Динамическая блок-схема машины периодического действия изображена на рис. 26.2,а. Чтобы выделить только динамические процессы, происходящие в передаточном механизме, предполагают, что двигатель имеет абсолютно жесткую характеристику (рис. 25.4,г), в результате чего скорость вращения его вала постоянна, каким бы ни был момент полезного сопротивления $M_C$.

Исполнительный механизм - это источник цикловых возмущений: силового $M_C(\varphi)$ и инерционного $I(\varphi)$. В ходе работы машины в передаточном механизме с жесткостью с возникает силовой момент М. Таким образом, в соответствии с теорией упругих колебаний, машина представляет собой двухмассовую упругую систему с моментами инерции $I_Д$ и $I(\varphi)$ и с жесткостью с, нагруженную внешними моментами

$M_Д$ и $M_C(\varphi)$. Здесь приведем лишь предпосылки расчета и результаты исследования такой системы.

Если пренебречь упругостью передаточного механизма, то нагружающий его момент М будет равен циклическому моменту, который зависит только от цикловых возмущений:

$$M = \overline{M} = f[M(\varphi); I(\varphi)]$$

где $\overline{M}$ - циклический момент, рассчитанный без учета упругости передаточного механизма.

Если учесть упругость передаточного механизма, то передаваемый момент М будет равен динамическому моменту, который зависит не только от цикловых возмущений, но также от жесткости передаточного механизма и от угловой скорости главного вала машины:

$$M = \tilde{M} = f[M(\varphi); I(\varphi); c; \omega]$$

где $\tilde{M}$ - динамический момент, рассчитанный с учетом жесткости (упругости) передаточного механизма.

В результате математического описания и исследования приведенных выражений получен график, показанный на рис. 26.2,б. Этот график называется амплитудно-частотной характеристикой упругой системы машины; он дает возможность изучить связь между моментом в передаточном механизме с одной стороны, его жесткостью и скоростью вращения главного вала - с другой. По оси ординат графика отложено отношение циклового и динамического моментов, а по оси абсцисс - угловая скорость главного вала машины (таким образом, моменты в передаточном механизме и его жесткость являются параметрами, приведенными к главному валу). График показывает, как меняется соотношение моментов при различных скоростях главного вала. Пока скорость вала мала, отношение моментов близко к единице, то есть, динамический момент мало отличается от циклического. По мере увеличения скорости отношение моментов растет, оно достигает своего максимального значения в состоянии резонанса исследуемой упругой системы. Известно, что это состояние наступает при равенстве частоты собственных колебаний упругой системы с частотой вынужденных колебаний, то есть, с частотой внешних нагрузок. В данном случае, внешними нагрузками являются цикловые возмущения, частота которых соответствует угловой скорости главного вала. Известно также, что явление резонанса в рассматриваемом случае отрицательно, так как приводит к значительному увеличению динамических нагрузок; при некоторый условиях динамический момент может превысить циклический в 15-20 раз, что может вызвать разрушение наиболее слабых звеньев механизма.

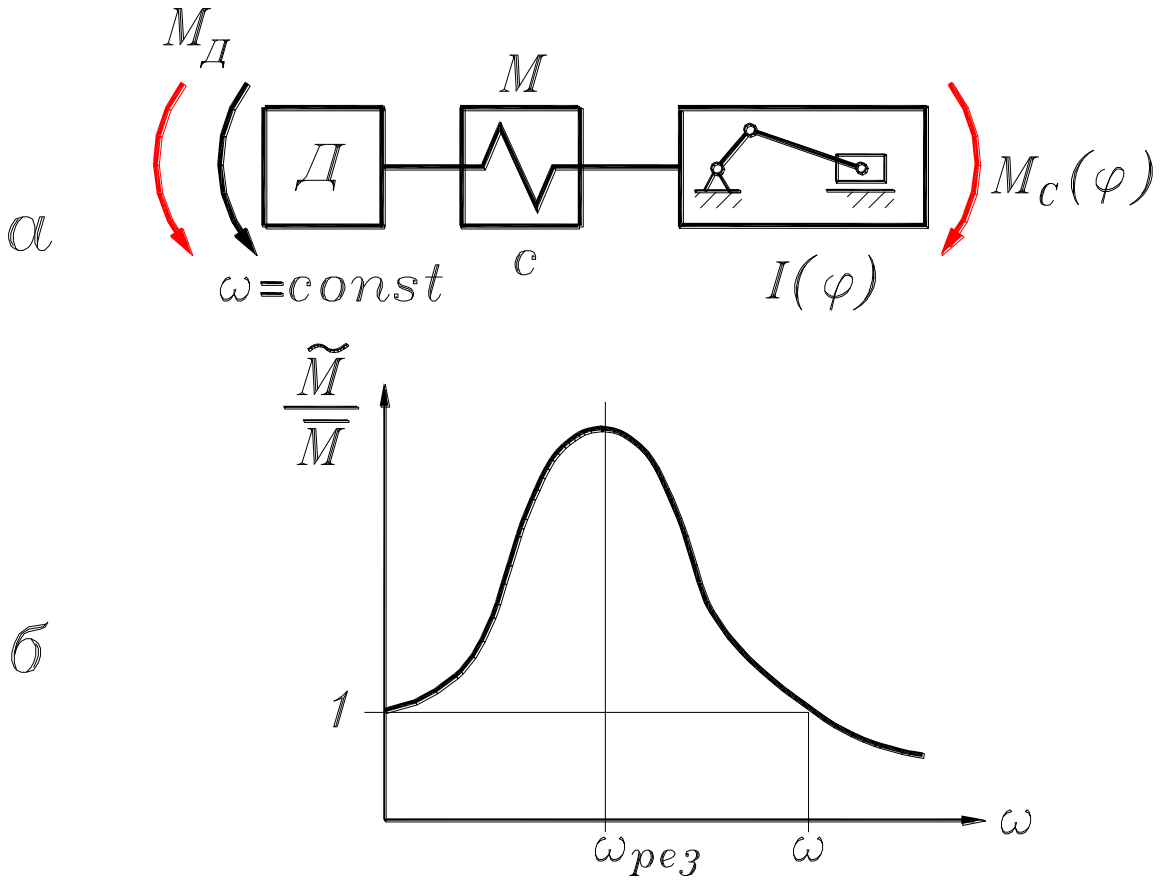



Рис. 26.2

При дальнейшем увеличении скорости главного вала мы попадаем в зарезонансную область (в отличие от дорезонансной), где отношение моментов уменьшается вплоть до единицы (рис. 26.2,б). Это состояние, когда динамический момент становится равным циклическому моменту, рассчитанному без учета упругости звеньев, наступает при определенном значении угловой скорости:

$$\omega = \sqrt{\frac{2c}{I_{cp}^{np}}}$$

где: с - приведенная жесткость передаточного механизма;

$I^{пр}_{ср}$ - среднее значение приведенного момента инерции исполнительного механизма.

При дальнейшем увеличении скорости динамический момент продолжает уменьшаться. То есть, если $\omega > \sqrt{\frac{2c}{I_{cp}^{np}}}$, то динамический момент может стать меньше циклического.

Это заключение не позволяет сделать практического вывода, так как любая машина периодического действия во время установившегося режима работает при вполне определенной угловой скорости главного вала. Чтобы сделать этот практический вывод, найдем необходимое значение жесткости с передаточного механизма, при котором динамический момент будет меньше циклического.

$$\frac{I_{cp}^{np}\,\omega_{cp}^{2}}{2}$$

Из последнего выражения имеем С<

В этих условиях динамический момент может быть меньше циклического момента, рассчитанного без учета упругости звеньев передаточного механизма, причем, чем меньше жесткость передаточного механизма, тем меньше динамический момент.

Числовые исследования, проведенные для различных машин периодического действия, показывают, что для достижения указанных условий жесткость передаточного механизма должна быть весьма малой величиной. Однако ясно, что для реального механизма эта величина не может быть произвольно малой, так как его жесткость объясняется необходимой прочностью элементов конструкции (зубчатые колеса, валы и т.д.). Поэтому, в конструкцию приводов машин вводят дополнительные элементы малой жесткости в виде упругих соединительных муфт различных типов или клиноременных передач. Обычно упругую муфту устанавливают между двигателем и передаточным механизмом или между передаточным и исполнительным механизмом, а иногда применяют две муфты сразу.

Упругие муфты (или клиноременные передачи) обеспечивают работу машины в требуемых зарезонансных режимах, защищая передаточные механизмы от перегрузок и опасных крутильных колебаний. Однако надо иметь в виду, что применение упругих элементов может затруднить переход машины через неизбежный резонансный режим при пуске и останове, когда крутильные колебания могут значительно возрастать из-за того, что упругие элементы допускают относительно большие деформации. Чтобы ослабить это отрицательное явление, применяют меры по уменьшению времени пуска и останова машины.

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое жесткость и упругость звеньев механизмов машины?
2. Какой механизм машины считается наиболее упругим?
3. Какова амплитудно-частотная характеристика упругой системы машин?
4. В какой зоне амплитудно-частотной характеристики должна работать машины периодического действия и почему?
5. Что такое амортизирующе-демпфирующие параметры фундамента стационарной машины или подвески транспортной машины?

## Лекция № 27
## Учет колебаний при проектировании машин.

**План лекции:**

1. Виброзащита и виброизоляция.
2. Упругая система установки машины на фундаменте.
3. Амплитудно-частотная характеристика колебаний машины на фундаменте.
4. Уравновешивание вращающихся масс

**Цель лекции:**

Научиться решать задачи динамики, учитывая колебания при проектировании машин периодического действия, а также амплитудно-частотная характеристика колебании машин на фундаменте.

**Опорные слова:**

1. Жесткость звена - это отношение нагрузки на звено к его деформации.
2. Амплитудно-частотная характеристика - это график зависимости амплитуды

колебаний к частоте вращения главного вала машины.

3. Звено малой жесткости в приводе машины - это упругая муфта или ременная передача.

4. Амортизирующе-демпфирующие свойства фундамента или подвески машины - это их способность воспринимать и рассеивать энергию колебаний.

**Литература:**


1. Фролов К.В. «Теория механизмов и машин». Высшая школа, 1998 г. стр. 101-107.
2. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. М., Машиностроение, 1994.
3. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин». Учебное пособие. Ташкент-2001., стр. 200-211.


Любая машина периодического действия является источником вибраций или механических колебаний. Известно, что вибрации бывают полезные и вредные. Полезные вибрации используются для создания рабочего процесса в некоторых специальных машинах (вибротранспортеры, виброножницы и пр.) и здесь не рассматриваются. Будем изучать вредные колебания (вибрации), которые могут нарушить работу машин и которые поэтому стремятся уменьшить. Хотя, надо сказать, природа и вредных, и полезных колебаний одна и та же.

Причинами вибраций в машинах периодического действия являются неуравновешенности их механизмов. Существует и другая причина, связанная с периодичностью рабочего процесса машин, однако, для упрощения задачи, остановимся только на первой причине, тем более что методы решения подобных задач и выводы прикладного характера практически одинаковы, независимо от источников колебаний.

Неуравновешенность стержневых и кулачковых механизмов машин заложена в самой конструкции этих механизмов, так как они имеют переменные кинематические и динамические параметры. А именно, при работе таких механизмов центры масс звеньев периодически меняют свое положение относительно стойки, периодическое изменение передаточных отношений приводит к переменности приведенных динамических параметров. Для уменьшения неуравновешенности таких механизмов принимаются специальные меры (установка противовесов, динамических разгружателей и т.д.), но полное уравновешивание практически невозможно, небольшая часть неуравновешенности остается, не смотря на все принятые меры.

Зубчатые механизмы теоретически уравновешены, так как имеют звенья только роторного типа. Однако эти механизмы также являются источником вибраций или, говорят, источником виброактивности машин. Дело в том, что в результате неточности изготовления центры масс зубчатых колес не совпадают с их центрами вращения, следовательно, возникает неуравновешенность.

Силы инерции всех неуравновешенных звеньев машины вызывают ее колебания на фундаменте. Согласно вышеизложенному, это явление неизбежно в принципе, и должно быть всемерно уменьшено, так как вызывает отрицательные воздействия. А именно, во-первых, вибрации приводят к повышенному износу звеньев в кинематических парах, они могут вызвать перегрузки звеньев и их разрушение; вибрации нарушают рабочий процесс машин, например, снижается качество обработки деталей в технологических машинах. Меры, принимаемые для уменьшения влияния колебаний машины на ее работу, называются виброзащитой

машины. Во-вторых, колебания машины через ее фундамент могут предаваться на окружающие ее объекты: здания, сооружения, станки, а также, на людей, обслуживающих машину или просто находящихся на небольшом (а иногда, и на большом) расстоянии от машины. В большинстве случаев эти вибрации нежелательны и, поэтому, также должны быть уменьшены. Меры, принимаемые для уменьшения влияния колебаний машины на ее окружение, называются виброизоляцией машины. Методы виброзащиты и виброизоляции машин идентичны: чтобы уменьшить влияние вибрации, нужно, прежде всего, снизить амплитуду колебаний машины на фундаменте насколько это возможно.

Для того чтобы разобраться в этом вопросе, рассмотрим упрощенную модель колебаний машины на фундаменте. При этом ограничимся неуравновешенностью вращающихся масс и лишь вертикальными колебаниями машины. Эта модель представлена на рис. 27.1,а. Обозначения на рисунке следующие:

$m_M$ - масса неподвижных частей машины (станины, корпуса и пр.);

m - приведенная масса всех вращающихся неуравновешенных звеньев;

e - радиус неуравновешенности (эксцентриситет);

c - жесткость фундамента;

b - коэффициент демпфирования фундамента; он оценивает способность фундамента поглощать энергию колебаний;

x - ось колебаний;

φ - текущее значение угла поворота главного вала машины.

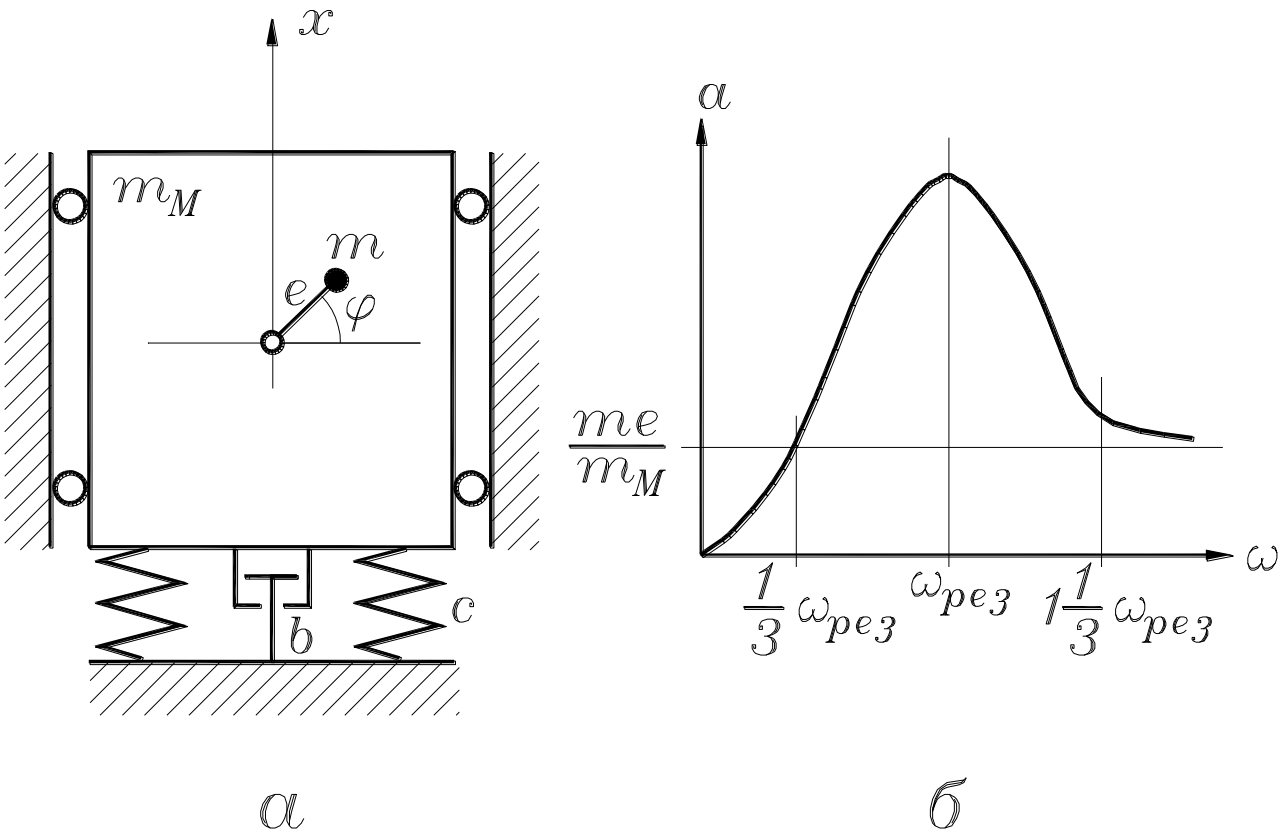



Рис. 27.1

Масса машины $m_M$ под действием силы инерции неуравновешенной вращающейся массы m совершает вертикальные колебания на упругом основании, состоящем из пружины c и демпфера b. Пружина моделирует упругость фундамента, его способность воспринимать и амортизировать (смягчать) колебания машины. Демпфер b сопротивляется колебаниям машины в результате возникающего в нем

сухого или, чаще, вязкого трения; он моделирует диссипативные свойства фундамента, то есть, его свойства рассеивать или поглощать энергию колебаний.

Подробное описание колебательных процессов таких систем приведены в литературе по теории колебаний [18]. Здесь ограничимся объяснением результирующих уравнений движения и сделанными на основании их анализа практическими выводами.

Поведение машины на фундаменте описывается двумя уравнениями движения: колебательного и вращательного.

$$m_M\, x'' + b\, x' + c\, x = m\, e\, \varphi'^2 \sin\varphi + m\, e\, \varphi'' \cos\varphi \qquad (27.1)$$

$$I^{np}\varphi'' = M^{np} + m\, x''\, e\, \cos\varphi \qquad (27.2)$$

Члены уравнения (27.1) имеют следующий физический смысл:

$m_M x''$ - сила инерции колеблющейся системы;

$bx'$ - сила демпфирования (диссипативная сила); это сила, с которой фундамент сопротивляется колебаниям, поглощая их энергию;

$cx$ - сила упругости фундамента;

$me\varphi'^2\sin\varphi$ - проекция нормальной силы инерции неуравновешенной массы на ось колебаний;

$me\varphi''\cos\varphi$ - проекция тангенциальной силы инерции неуравновешенной массы на ось колебаний.

В уравнении (27.2):

$I^{пр}\ \varphi''$ - момент от сил инерции вращающейся системы;

$M^{пр}$ - приведенный силовой момент на главном валу машины;

$mx''e\cos\varphi$ - переносный момент силы инерции неуравновешенной массы на плече *e*; эта силы является следствием колебаний машины.

Уравнение (27.1) является уравнением колебательного движения машины на фундаменте, а уравнение (27.2) - уравнением вращательного движения главного вала машины с приведенными динамическими параметрами. Рассмотрение этих уравнений показывает, что причинами, возбуждающими колебание машины на фундаменте, являются силы инерции вращающихся неуравновешенных масс. В свою очередь, эти колебания влияют на вращение главного вала машины, вызывая увеличение требуемой мощности двигателя из-за наличия переносного момента $m\,x''e$ (27.2). Об этом феномене будет сказано ниже, а сейчас заметим, что, не смотря на взаимное влияние колебательного и вращательного движений, для анализа колебаний машины на фундаменте достаточно только уравнения (27.1).

Предполагая, что главный вал машины вращается равномерно, а, следовательно, $\varphi=\omega t$ и тангенциальная сила инерции $me\varphi''$ равна нулю, из уравнения (27.1) получаем:

$$m_M\, x'' + b\, x' + c\, x = m\, e\, \omega^2 \sin\omega t$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$x = \frac{m\, e\, \omega^2 \sin\omega t}{\sqrt{(c + m_M\omega^2)^2 + b^2\omega^2}} \qquad (27.3)$$

Когда $\varphi=\omega t=\pi/2$ (рис. 27.1,а), то перемещение массы $m_M$ будет равно амплитуде колебания $x=a$. Анализируя с учетом этого замечания выражение (27.3), можно получить график зависимости амплитуды колебания машины на фундаменте от угловой скорости ее главного вала - амплитудно-частотную характеристику (рис.

27.1,б). По мере роста скорости амплитуда колебаний увеличивается до максимального значения, соответствующего резонансу, когда угловая скорость равна собственной частоте колебаний машины на фундаменте:

$$\omega = \sqrt{c / m_M}$$

Далее, с увеличением скорости, амплитуда уменьшается и кривая *a(ω)* асимтотически приближается к горизонтали $me/m_M$ (рис. 27.1,б).

График *a(ω)* позволяет сделать вывод, что для достижения достаточно малой амплитуды колебаний

$$a \approx \frac{m e}{m_M} \qquad (27.4)$$

надо обеспечить работу машины в режимах $\omega<0,3\omega_{рез}$ дорезонансной области и $\omega=1,3\omega_{рез}$ зарезонансной области.

Для дорезонансной области соотношение между угловой скоростью и жесткостью имеет вид:

$$\omega < 0,3\sqrt{\frac{c}{m_M}}$$

Так как машина работает при вполне определенной скорости вращения главного вала, то решим это неравенство относительно жесткости фундамента машины:

$$c > 9 m_M \omega^2$$

Согласно этой формуле, жесткость фундамента должна быть очень большой. Что практически недостижимо для современных машины с большими массами и высокими скоростями вращения валов. В случаях, когда это достижимо, то почти всегда оказывается экономически нецелесообразным из-за высокой стоимости фундамента.

В этом смысле лучшим вариантом является работа машины в зарезонансной зоне, когда по графику на рис. 27.1,б

$$\omega > 1,3\sqrt{\frac{c}{m_M}}$$

В этом случае

$$c < 0,36 m_M \omega^2$$

то есть, жесткость фундамента может быть, по крайней мере, в 25 раз ниже, чем при работе в дорезонансной зоне. Практически, вместо фундамента машина устанавливается на специальные фундаментные подушки малой жесткости, обладающие хорошими амортизирующими и демпфирующими свойствами. Эти подушки имеют малые размеры и могут быть различных конструкций в зависимости от массы и назначения машины. Подробнее об это см. главу 10 в книге [16].

Положение горизонтальной прямой на графике *a(ω)* (рис. 27.3,б), то есть, минимальное значение амплитуды колебаний машины на фундаменте, определяется по выражению (27.4). Из него следует, что для уменьшения значения минимальной амплитуды колебаний существует две возможности: увеличить массу неподвижных частей машины $m_M$ и уменьшить значение неуравновешенности me. Первая возможность не предпочтительна, поскольку она ведет к увеличению расхода материала и возрастанию стоимость машины. Поэтому стремятся реализовать вторую возможность - уменьшить неуравновешенность вращающихся звеньев путем их

статической и динамической балансировки, особенно для машин с высокой скоростью вращения главного вала.

В заключение сделаем небольшое замечание относительно влияния колебаний машины на требуемую мощность его двигателя. Речь идет о переносном моменте силы инерции неуравновешенной массы на плече e, точнее на плече, равном проекции эксцентриситета на линию, перпендикулярную колебаниям, то есть, в данном случае - на горизонталь. Как следует из выражения этого момента (второе слагаемое правой части уравнения (27.2)), его величина периодически изменяется в соответствии с частотой вращения и зависит не только от угла поворота вала, но и от второй производной от перемещения этого вала при колебаниях машины; следовательно, при резонансе величина этого момента может оказаться значительной. На преодоление переносного момента тратится энергия двигателя, то есть, часть своей мощности двигатель затрачивает на поддержание неизбежных колебаний машины на фундаменте. И так как при резонансе энергия этих колебаний значительно возрастает, то для перехода через резонанс при пуске машины двигатель должен обладать достаточным запасом мощности, который и определяется по величине резонансного значения переносного момента. При не учете этого обстоятельства, то есть, если двигатель не обладает достаточным запасом мощности, машина при разгоне не сможет пройти состояние резонанса, так как вся мощность двигателя будет затрачиваться на раскачивание машины в резонансном режиме. Это явление называется эффектом Зоммерфельда и его расчет дается в специальной литературе. Однако справедливости ради, не будем преувеличивать опасность этого эффекта: для большинства машин требуемое увеличение мощности двигателя не превышает 5-10 процентов.

## Уравновешивание вращающихся масс.

Уравновешивание вращающихся масс необходимо практически во всех современных машинах, в частности, вследствие того, что в результате неизбежной неточности изготовления центр масс деталей роторного типа оказывается смещенным относительно оси вращения. Кроме того, нередко на валах помимо симметричных деталей находятся детали несимметричной формы, что вызывает значительное смещение центра масс.

Смещение цента масс звена от его оси вращения вызывает появление динамических давлений на опоры. Особенно велики, могут быть эти давления в случае, когда звенья обладают значительными массами и вращаются с большими угловыми скоростями. К числу таких звеньев можно отнести валы быстроходных двигателей, роторы турбин и гироскопов, барабаны центрифуг, сепараторов. Частота вращения некоторых из названных звеньев достигает 20000-50000 об/мин и более. Вследствие вращения силы давления на опоры являются переменными по направлению, а при неустановившихся режимах и по величине. Эти силы передаются станинам и фундаменту в виде периодических силовых воздействий, вызывающих вибрации, о чем было сказано выше.

Для уменьшения амплитуды вибраций прибегают к уравновешиванию вращающихся масс. На практике быстровращающиеся детали машин подвергаются предварительной проверке на балансировочных машинах с целью определить места, в которых необходимо установить дополнительные массы или устранить лишнее количество материала.

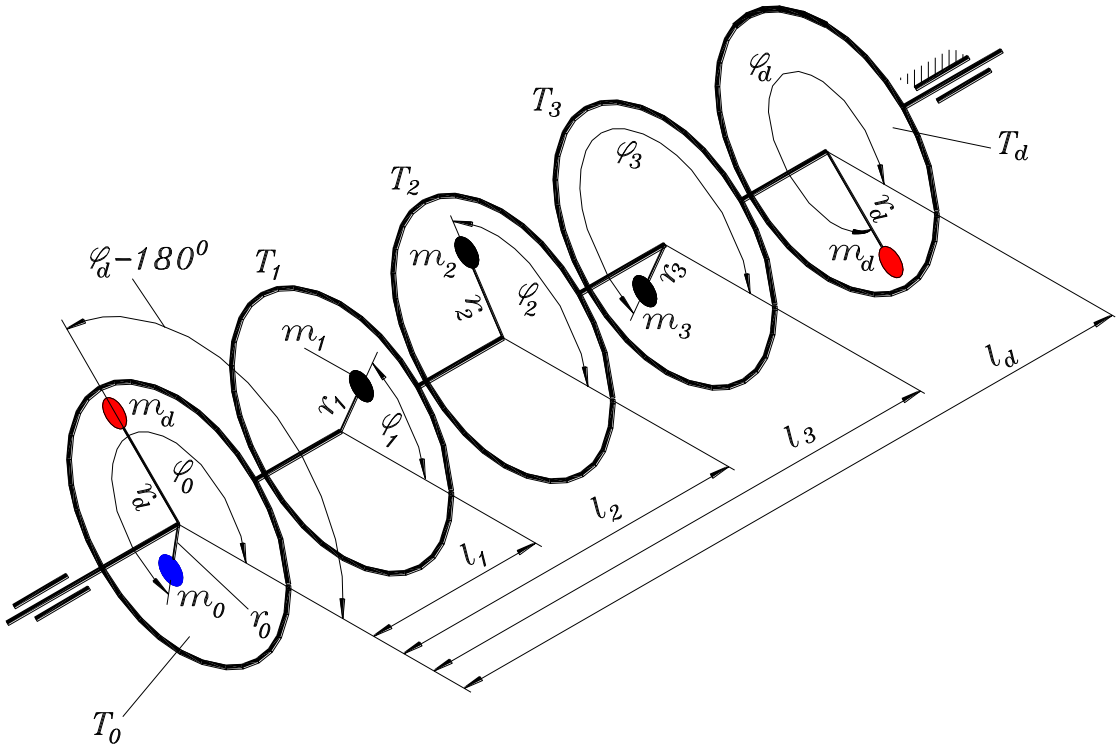



Рис. 27.2

Различают статическое и динамическое уравновешивание (балансировку) вращающихся масс.

Статическое – это такое уравновешивание, при котором звено не в состоянии придти во вращательное движение под действием сил собственного веса, даже в случае отсутствия трения (центр масс совпадает с осью вращения, главный вектор сил инерции равен нулю).

Динамическое – это такое уравновешивание, при котором не только главный вектор, но и главный момент от пары сил инерции равны нулю (для звеньев роторного типа с большой длиной).

При малой длине ротора уравновешивают только главный вектор сил инерции, а величиной главного момента от пары сил инерции пренебрегают, то есть, ограничиваются только статической балансировкой.

При значительной длине ротора и большой скорости его вращения нельзя, как в предыдущем случае, пренебрегать неуравновешенным главным моментом от пары сил инерции. В этом случае следует осуществить полное уравновешивание вращающихся масс, то есть, выполнить не только статическую, но и динамическую балансировку.

Теорию статического и динамического уравновешивания рассмотрим на примере балансировки вращающейся системы с известным расположением неуравновешенных масс. На рис. 27.2 показана эта система, представляющая собой вал с закрепленными на нем пятью дисками (это могут быть роторы турбин, зубчатые колеса и т.д.).

Три средних диска $T_1$, $T_2$ и $T_3$ имеют неуравновешенные массы $m_1$, $m_2$ и $m_3$. Два крайних диска специально предназначены для размещения балансирующих противовесов: на диске $T_0$ устанавливается масса $m_0$ для статической балансировки или масса $m_d$ для динамической балансировки, а на диске $T_D$ – масса противовеса $m_d$ для динамической балансировки.

Если вал с дисками статически неуравновешен, то он приходит в движение практически из любого углового положения, уравновешенная же система остается неподвижной. Динамически неуравновешенный вал с дисками при вращении оказывает периодические давления на свои опоры (на балансировочных станках эти давления улавливаются специальными датчиками). Если же вал динамически сбалансирован, то эти давления отсутствуют.

Статическое уравновешивание.

При равномерном вращении ротора неуравновешенные массы $m_1$, $m_2$ и $m_3$ вызывают силы инерции $F_{И1}$, $F_{И2}$ и $F_{И3}$. Уравновешивание сил инерции и есть статическая балансировка масс $m_1$, $m_2$ и $m_3$.

Перенесем указанные силы в общую плоскость $T_0$ – плоскость приведения (рис. 27.2). Тогда их можно уравновесить инерционной силой $F_{И0}$ дебалансной массы $m_0$, установленной на некотором радиусе $r_0$ и под определенным углом $\varphi_0$ на диске $T_0$. Условие статического равновесия будет иметь вид:

$$\overline{F_{И1}} + \overline{F_{И2}} + \overline{F_{И3}} + \overline{F_{И0}} = 0 \qquad (27.5)$$

Силы инерции есть произведения масс на радиусы их установки м на квадрат угловой скорости. После сокращения $\omega^2$ из (27.5) получим:

$$\overline{m_1 r_1} + \overline{m_2 r_2} + \overline{m_3 r_3} + \overline{m_0 r_0} = 0 \qquad (27.6)$$

где $r_1$, $r_2$ и $r_3$ – радиусы расположения неуравновешенных масс.

Векторные величины с соответствующими индексами называются неуравновешенностями, а величина $\overline{m_0 r_0}$ - статическим дебалансом.

Уравнение (27.6) решается графически в произвольном масштабе, как это показано на рис. 27.3,а.

Углы поворота векторов неуравновешенностей $\varphi_1$, $\varphi_2$ и $\varphi_3$ равны углам расположения неуравновешенных масс на рис. 27.2. Вектор, который замыкает многоугольник, есть вектор статического дебаланса. С использованием масштаба следует определить величину статического дебаланса в *гмм*, затем, задавшись радиусом установки $r_0$, надо рассчитать массу противовеса $m_0$ и установить его под углом $\varphi_0$ на диске $T_0$.

На этом кончается первая стадия уравновешивания. Выполнено то, что называется статической балансировкой, то есть, устранено смещение центра масс вращающейся системы от оси вращения.

Таким образом, для статической балансировки вращающихся масс достаточно одного противовеса, закрепленного в произвольно выбранной плоскости.

Динамическое уравновешивание.

Вторым этапом уравновешивания вращающихся масс является уравновешивание главного момента от центробежных сил инерции с помощью дополнительных масс.

Перенося центробежные силы инерции в плоскость приведения $T_0$, необходимо по правилам переноса добавлять моменты пары сил, равные произведениям переносимых сил на расстояние переноса. В нашем случае это следующие моменты (рис. 27.2):

$$\overline{M_1} = \overline{F_{И1} l_1}$$
$$\overline{M_2} = \overline{F_{И2} l_2}$$
$$\overline{M_3} = \overline{F_{И3} l_3} \qquad (27.7)$$

где $l_1$, $l_2$ и $l_3$ – расстояния между диском $T_0$ и дисками $T_1$, $T_2$ и $T_3$.

В уравновешивании этих моментов и заключается динамическая балансировка вращающихся масс $m_1$, $m_2$ и $m_3$.

Векторное уравнение с учетом уравновешивающего момента $M_У$ имеет вид:

$$\overline{M_1} + \overline{M_2} + \overline{M_3} + \overline{M_У} = 0 \qquad (27.8)$$

Уравновешивающий момент можно создать одной дополнительной массой $m_d$, размещенной в произвольной плоскости исправления. Однако, это приведет к нарушению уже выполненного статического уравновешивания масс. Поэтому, уравновешивающий момент следует создавать парой центробежных сил инерции двух равных дополнительных масс $m_d$, расположенных в двух произвольных плоскостях исправления. Для удобства одну из плоскостей исправления совмещают с плоскостью приведения $T_0$. Вторая плоскость совпадает с диском $T_d$, удаленные от диска $T_0$ на расстояние $l_d$ (рис. 27.2). Тогда из уравнения (27.8), с учетом выражений (27.5), (27.6) и (27.7), получим:

$$\overline{m_1 r_1 l_1} + \overline{m_2 r_2 l_2} + \overline{m_3 r_3 l_3} + \overline{m_d r_d l_d} = 0 \qquad (27.9)$$

Векторные величины $\overline{mrl}$ с соответствующими индексами называются моментами неуравновешенностей, а величина $\overline{m_d r_d l_d}$ – динамическим дебалансом.

Будем считать, что направления векторов моментов неуравновешенностей совпадают с направлениями векторов неуравновешенностей. Тогда уравнение (27.9) решается графически в произвольном масштабе так, как показано на рис. 27.3,б. Вектор, который замыкает многоугольник, есть вектор динамического дебаланса. С использованием масштаба $\mu_Д$ следует определить величину динамического дебаланса в *гмм*$^2$, затем, задавшись радиусом установки $r_0$, надо рассчитать массу противовеса $m_d$ и установить его под углом $\varphi_d$ на диске $T_d$.

Вторая дополнительная масса $m_d$, необходимая для сохранения статической балансировки, устанавливается в плоскости приведения $T_0$ с противоположной стороны от оси вращения ($\varphi_d$-180$^0$) на том же радиусе $r_d$ (рис. 27.2).

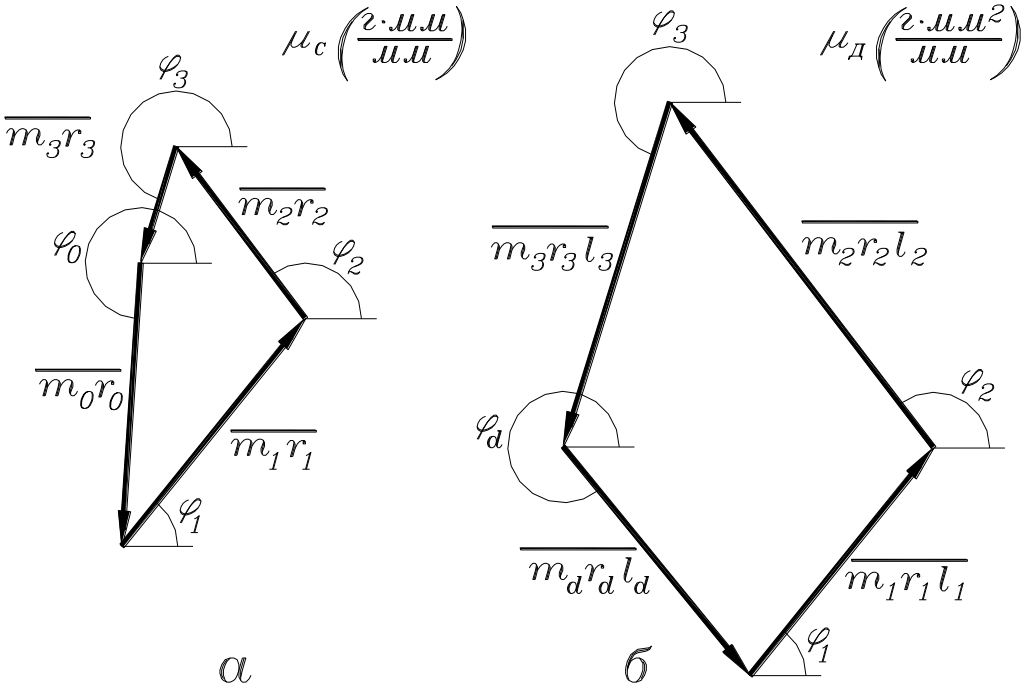



Рис. 27.3

В плоскости $T_0$, таким образом, оказываются две массы: $m_0$ и $m_d$, установленные на разных радиусах и с разным угловым расположением. При необходимости их можно заменить одной массой $m_{d0}$, неуравновешенность которой равна сумме неуравновешенностей заменяемых масс [2].

При необходимости, например, для большей точности, описанная задача по уравновешиванию может быть решена не графическим приемом, а аналитически с использованием проекций векторов статических и динамических неуравновешенностей.

Уравновешивание тел вращения с неизвестным расположением неуравновешенных масс производится на специальных балансировочных машинах, в частности, к ним относится станок Шитикова [2].

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое жесткость и упругость звеньев механизмов машины?
2. Какой механизм машины считается наиболее упругим?
3. Какова амплитудно-частотная характеристика упругой системы машин?
4. В какой зоне амплитудно-частотной характеристики должна работать машины периодического действия и почему?
5. Что такое амортизирующе-демпфирующие параметры фундамента стационарной машины или подвески транспортной машины?
6. В чем смысл амплитудно-частотной характеристики колебания машины на фундаменте?
7. В какой зоне амплитудно-частотной характеристики должна работать машина для ее виброзащиты и виброизоляции?

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И.И. Механизмы в современной технике. Том III. Зубчатые механизмы. М., Наука, 1973.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М., Наука, 1975.
3. Бежанов Б.Н. Пневматические механизмы. М. – Л., Машгиз, 1957.
4. Гавриленко Б.А. и др. Гидравлический привод. М., Машиностроение, 1968.
5. Коловский М.З. Динамика машин. Л., Ленинградский политехнический институт, 1980.
6. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие. Том I, II. Под ред. Фролова К.В. М., Машиностроение, 1994.
7. Лукичев Д.М. Расчет маховика машины. В сб. “Вопросы теории механизмов и машин” №23. М., Машгиз, 1953
8. Мещерский И.В. Динамика точки переменной массы. М., Гостехиздат, 1949.
9. Пневмопривод систем управления летательных аппаратов. Под ред. Чашина В.А. М., Машиностроение, 1987.
10. Полюдов А.Н. Программные разгружатели цикловых механизмов. Львов, Львовский политехнический институт, 1979.
11. Попов С.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механика машин. М., Высшая школа, 1986.
12. Пятаев А.В. Динамика машин. Ташкент, Ташкентский политехнический институт, 1990.
13. Скуридин М.А. Определение движения механизма по уравнению кинетической энергии при задании сил функциями скорости и времени. Труды института машиноведения. Семинар по теории машин и механизмов, выпуск 45. М., АН СССР, 1951.
14. Справочник машиностроителя. Том I. Под ред. Ачеркана Н.С. М.,
Машгиз, 1961.
15. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам. Под ред. Некрасова Б.Б. Минск. Вышейшая школа, 1985.
16. Теория механизмов и машин. Под ред. Фролова К.В. М., Высшая школа, 1987.
17. Теория механизмов и машин. Проектирование. Под ред. Кульбачного С.И. М., Высшая школа. 1970.
18. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М., Физматгиз, 1959.
19. Пятаев А.В. «Теория механизмов и машин» Учебное пособие. Ташкент-2001.

**ДЛЯ ЗАМЕТОК**

Манипуляторы и промышленные роботы

Виды манипуляторов и промышленных роботов

Манипуляторы называется техническое устройства, предназначенное для воспроизведения рабочих функции руки человека (латинское «manipulus»-пригоршня).

Механизм манипулятора образован из пространственной незамкнутой кинематической цепи (рис 1.1). Звенья этой цепи имеют названия




0-корпус

1-плечо

2-предплечье

3-кист (захват)

4-палец

Кинематические пары:

А-плечевой сустав $P_1$

В-локтевой сустав $P_1$

Рис.18.1 С-кистевой сустав $P_1$

Звено – 4 (палец) при структурном анализа объединяется со звеном 3. Поэтому цепь состоит из стойки и трёх подвижных звеньев и имеет степень подвижности W=7, число степеней незамкнутой кинематической цепи равно сумме подвижностей кинематических пар или

$$W_{пр} = 6n - 5P_1 - 4P_2 - 3P_3 - 2P_4 - P_5 = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = 7 \quad (2)$$

В дальнейшем появилось манипуляторы с большим числом звеньев и кинематических пар, внешнее сходство с рукой человека стала утрачиваться, но во всех вариантах сохранилось назначение манипулятора –воспроизводить движения подобные движением рук человека (степень подвижности руки человека, без учета движения пальцев, W=12). Число степеней подвижности манипуляторов обычно не превышает 7.

В зависимости от вида системы управления различают манипуляторы ручным управлением и манипуляторы с автоматическим управлением.

В манипуляторах с ручным управлением оператор, ориентируя рукоятку задающего устройства, создают нулевую ориентацию звеньев испоьнительного

механизма. Недостаток – отсутствие обратной связи по условию, т.е. оператор не ощущает действие нагрузки.

В манипуляторах с автоматическим управлением

В манипуляторах с автоматическим управление звенья исполнительного механизма получают движение от сервоприводов (т.е. вспомогательных приводов, которые приводят в движение отдельные звенья по заданной программе). Программа может многократно использоваться для управления манипулятором.

Манипуляторы с автоматическим управлением называются промышленными роботами. Они используются не только для работы во вредных условиях, но и для механизации однообразных и утомительных работ на быстродействующих конвейерах. Отличаются от других машин-автоматов возможностью быстрой переналадки на выполнение другой программы.

Промышленные роботы по степени совершенства принято делить на роботов 1-го, 2-го и 3-го поколений.

Роботы 1-го поколения имеют «жесткую»программу и требуют точного позиционирования деталей, с которыми работают. Большинство применяемых в настоящее время в промышленности роботов относятся к 1-му поколению. Робот 1-го поколения состоит из манипулятора и программных блоков. Первоначальная программа действий записывается в память робота. Это называется этапом обучения. Различают три метода обучения:

а) с помощью настройки механических устройств типа кулачков, конечных переключателей - «обучение по точкам»;

б) с помощью пульта управления, аналогично как у станков с ЧПУ – «обучение с пульта»;